

第10章 边坡稳定的可靠度和风险分析

10.1 边坡稳定的风险分析

10.1.1 边坡稳定分析中的不确定因素

随着对结构应力、变形和稳定分析手段的逐步完善，这些分析中包含的不确定因素也暴露得更加明显。工程师们逐步意识到，在进行工程设计和安全评价时，不仅要很好地了解各种分析、判断手段，而且要把握在进行这些分析过程中包含的各项不确定因素。工程建设中的重大决策实际上就是对各项不确定因素造成的风险的评价。

近年来，风险分析成为了结构和岩土工程师日益关注的课题。在岩土和边坡领域一大批著名学者都以这一题目发表了大量的重要论文。1965年，Casagrande以“土工与地基工程中计算风险的作用”为题作“太沙基讲座”演讲。同时，围绕风险分析的学术活动也十分活跃。2000年国际大坝会议将“风险分析在大坝安全和管理中的应用”作为一个重要专题进行研究、交流，共收到22个国家的48篇论文；2000年在墨尔本召开的世纪岩土工程会议(GeoEng 2000)中，也提交了大量的有关岩土工程和大坝、岩土环境工程中的风险分析方法的特邀报告或主题报告。在此基础上，各国和各学术机构也在编制有关风险分析的导则、规范等。

Morgenstern将岩土工程分析中包含的不确定因素分为管理因素、模型因素和参数因素三大类。

1. 管理不确定因素(Human uncertainty)

管理的不确定因素（按原文直译应为“人为不确定因素”）指由于人们的行为不当导致的岩土工程失事。最常见例子是施工质量方面的问题。本章第10.7.2节将讨论青海沟后水库大坝溃决的实例。这一工程在大坝设计和施工中存在诸多缺陷，是导致失事的主要原因。但在这些缺陷的背后隐藏着管理方面的问题。有关文献（李君纯，陈祖煜，1996）详细介绍了这些非技术因素如：①项目管理没有归口由省水利厅领导；②建设单位没有从事水利工程施工经验，导致防浪墙止水存在严重施工质量问题；③在建设过程中不恰当地将原设计的堆石面板坝改为砂砾石面板坝；④时值汛期，管理人员疏于职守，闸门启动不灵，导致发现险情时无法放空水库；⑤通讯不灵，导致人员没有及时疏散等。上述种种在项目管理方面存在的问题，最终导致了340余人死亡的重大事故。上述因素在风险分析中难以直接定量评估，但是，所有从事风险分析的技术人员对这类不确定因素都需要有一个清醒的认识，否则，再好的风险分析也是脱离实际的。

2. 模型不确定因素(Model uncertainty)

模型的不确定因素反映了我们在设计过程中采用的分析方法在模拟实际情况方面的局

限。任何一个数学模型在模拟岩土材料的特性时都存在近似性。通过第 5 章的论述,我们认识到摩尔-库仑强度准则和室内、外的试验在模拟岩土材料抗剪强度特性方面存在局限性;第 2 章和第 3 章介绍的极限平衡分析方法也包含有多个假定;土石坝设计规范规定对瑞典法和 Bishop 法采用不同的允许安全系数,反映了对模型所包含的误差的处理。这些例子所包含的误差总体来说是较小的。在边坡稳定分析领域,还有一些更大的模型不确定性因素。例如对降雨导致的土的饱和或非饱和孔隙水压力特征的模拟;对土在渗流和抗剪强度方面各向异性的模拟;对在地震动力条件下边坡稳定性的模拟等。沟后大坝溃决后,在残留坝体得到一个难得一见的大坝的横剖面图,从而发现,上坝砂砾料在洒水和震动碾压条件下会发生液化,导致骨架分离,形成一层细颗粒、一层粗颗粒这样的结构。这些细颗粒层作为相对不透水带阻止渗入坝体内的水往垂直方向渗透,导致坝体浸润线抬高,这是大坝溃决的主要原因,详见文献(李君纯、陈祖煜,1996)。在没有认识到这一问题以前,人们将筑坝材料视为各自同性的均匀介质,那么,这样的分析就包含有较大的模型误差。在岩土工程领域,类似这样认识上的盲区可能还不少。

模型所包含的误差不一定总是不利因素。例如在边坡稳定分析领域,通常采用二维分析方法,所得安全系数通常较实际值偏低。

3. 参数不确定因素(Parameter uncertainty)

参数不确定因素是因岩土材料的极不均匀性决定的。在已经确定了数学模型的基础上,分析由于参数的变异特征,导致边坡工程结构失效的概率,这是本章要研究的重点。我们称这一分析过程为可靠度分析。

这一领域包括两个步骤:

(1) 研究影响结构稳定性岩土材料各项参数的变异特征。这一工作必须建立在对岩土材料基本特性,如干密度、颗粒级配、渗透系数及强度等大量试验的基础上。需要研究这些试验本身包括的各种误差。

(2) 计算可靠度指标和边坡工程失效概率。该工作是在确定了各影响因子的变异特征的基础上进行的。

综上所述,如果定义由管理因素、模型因素、参数因素导致的系统失效概率分别为 $P(A)$ 、 $P(M)$ 和 $P(P)$,则整个系统的失效概率 $P(S)$ 为

$$P(S) = 1 - [1 - P(A)] \times [1 - P(M)] \times [1 - P(P)] \quad (10.1)$$

$P(A)$ 、 $P(M)$ 和 $P(P)$ 之间并不独立,例如由于管理上的不确定因素会直接导致参数较大的变异性,因此,上式只是近似公式。

10.1.2 风险分析的基本原理

Casagrande (1965)指出,风险作为一种用来考虑和评估工程实践中诸多不确定和无法预测因素而导致工程失事的一种手段时,是所有岩土工程中先天固有的。在当今的工程技术还没有发展到能准确确定这些因素时,工程技术人员应清醒地意识到风险在工程实践中的先天存在性,并运用安全与经济相平衡的原则对工程失事的风险进行分析计算。

这一工程风险评估的思想,就构成现今岩土工程风险评估的基本理论框架。后来许多学

者(Whitman, 1984; Morgan, 1992; Fell, 1992)把这一思想继续深化并推广到评定工程安全的风险分析研究实践中。但是由于公众和工程技术人员对风险分析理解上的差异,相对于业已成熟的确定性分析方法,风险分析方法在工程实践中的应用远没有达到成熟的地步。

1. 基本定义

Fell (1993)回顾了风险分析在大坝安全评估方面的应用的基础上,介绍了一种用于滑坡安全的风险评估方法。其中用于滑坡风险分析的主要术语可表述如下:

- | | |
|----------------------------|---|
| 分类(Classification) | – 对滑坡和潜在滑坡的自然特性的描述; |
| 滑坡规模 M (Magnitude) | – 潜在滑坡体的体积大小,以 m^3 计; |
| 发生概率 P (Probability) | – 一特定的边坡在一段时间的失稳概率(通常为一年); |
| 危害 H (Hazard) | – 对滑坡体积大小和发生概率的总体评估,(从一般意义来讲, $H = M \times P$); |
| 脆弱度 V (Vulnerability) | – 对滑坡发生后所能影响范围内的单一个体损失程度的描述,通常为 0 到 1 之间的一个数; |
| 单一风险 R_s (Specific risk) | – 等于发生概率和单一个体的脆弱度的乘积,即 ($R_s = P \times V$); |
| 风险体 E (Elements at risk) | – 处于滑坡潜在影响范围内的人口、财产、经济活动以及公共服务等; |
| 整体风险 R_t (Total Risk) | – 可以预计到的人员伤亡,财产损失,经济活动或者环境受到破坏的数目。 |

有关风险术语的定义还有很多建议(Australian Geomechanics Society, 2000; Stewart, 2000)。

2. 风险管理

风险管理是对风险和承受者的脆弱度进行分析并作出相应对策的综合体系。这里包括了对风险的评估和灾害采取的各项应对措施。图 10.1 给出了基本流程图。

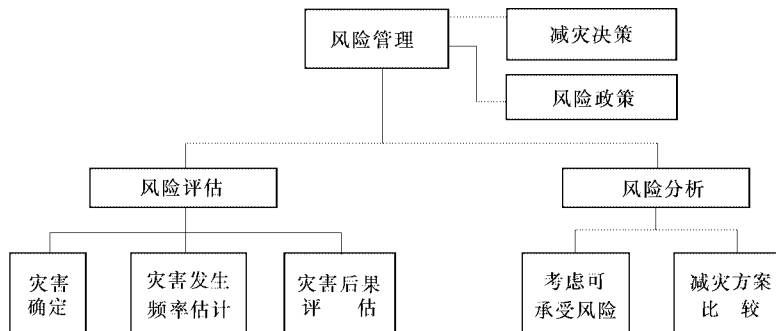


图 10.1 风险管理基本流程图

3. 风险分析方法

边坡失稳的发生概率可以按单一值计算,也可以是所有外界诱发因素引起的破坏概率的总和。单一个体的脆弱度可用式(10.2)给以评估(Morgan, et al., 1992), 即

$$V = V(S) \times V(T) \times V(L) \quad (10.2)$$

式中: $V(S)$ 为空间影响的可能性(滑坡体是否影响到建筑物或者正好避开建筑物); $V(T)$ 为暂时影响的可能性,比如在影响的一瞬间,一个固定的建筑物和一个运动的车辆的风险的差别; $V(L)$ 为受影响个体财产损失或者人员生命损失的可能性; V 为单一个体的脆弱度。

边坡稳定风险分析的范围和严格程度取决于风险分析本身的目的和用途,它通常是风险本身的自然特性、灾害后果、不确定因素的类型和它们对决策过程的影响以及风险分析实用性的一个函数。岩土工程师在开始进行边坡稳定风险分析前,应该和与工程有关的工程技术人员和要求对边坡稳定进行风险分析的主管部门共同探讨,以期达到双方都可以理解和接受的风险分析成果。另外,风险分析方法通常分定性和定量分析两种。

10.1.3 定性风险分析方法

定性风险分析主要用于土地规划和政策制定阶段滑坡管理分析。分析的结论通常用危险性极高、高、中等词句表达。表 10.1 是定性风险分析的主要描述方法。

进行定性风险分析的主要手段有以下三个方面:

- (1) 按发生概率予以量化。该工作是建立在对 10.1.1 节中介绍的各种不确定因素进行分析的基础上。
- (2) 使用失效树(Fault Tree)的推理方法。可详见文献(Ho. et al., 2000)。
- (3) 专家系统。专家评估可以和上述几种定性分析工作相结合。进一步提高定性风险分析的可靠度。

在定性风险分析阶段,不可能作很多详细的工程地质和岩土力学特性参数的勘探和试验工作,也不可能进行定量的可靠度与分析计算。这一阶段使用的主要手段有以下几种。

1. 对历史滑坡资料进行调查

滑坡危险性较高的地区,通常可以在历史记载中找到先例。例如,三峡库区是滑坡灾害高发区,有关滑坡的书面记载可以追溯到宋朝。收集了历史资料后,可以按滑坡的规模、触发因素和发生频率来进行滑坡风险分析,这样的分析由于是建立在实际资料基础上的,其成果十分可信。

2. 建立在地形、地貌分析基础上的经验方法分析

将边坡的高度、坡度和主要构成物质以及地下水条件、降雨、地震等因素进行逐项量化评估,然后通过综合分析,给出本地区的滑坡风险性评估。这一工作和滑坡历史调查结合,同样可能成为有效的手段。香港土木工程署详细记载了大小滑坡 3000 余个,并邀请 Fell (1992) 在整理这些资料的基础上,给出对现有的边坡风险分析评估。

3. 对主要触发因素的风险评估

这一评估同样也是建立在对以往滑坡资料的分析基础上的。例如香港土木工程署在分析了大量暴雨导致的滑坡的资料基础上,给出了根据降雨评估滑坡风险的方法。这一方法

表 10.1 定性风险分析术语表(Fell, 1993)

评估指标	M_s	描述	体积(m ³)
大小	7	极大	>5,000,000
	6	很大	>1,000,000和<5,000,000
	5	中/高	>250,000和<1,000,000
	4	中等	>50,000和<250,000
	3	小	>5,000和<50,000
	2.5	很小	>500和<5,000
	2	极小	500
	P_s	描述	年发生概率
破坏概率	12	极高	≈1
	8	很高	≈0.2
	5	高	≈0.05
	3	中	≈0.01
	2	低	≈0.001
		描述	$M_s \times P_s$
危害 = 大小×破坏概率		极高	≥30
		很高	≥20和<30
		高	≥10和<20
		中	≥7和<10
		低	≥3和<7
		很低	<3
		描述	脆弱度
脆弱度(只考虑财产损失)		很高	≥0.9
		高	≥0.5和<0.9
		中等	≥0.1和<0.5
		低	≥0.05和<0.1
		很低	<0.05
		描述	估计概率
单一风险(只考虑财产损失)		很高	≥0.1
		高	≥0.02和<0.1
		中等	≥0.005和<0.02
		低	≥0.001和<0.005
		很低	≥0.0001和<0.001

根据 1 小时和 24 小时降雨强度结合所评估滑坡以往发生频繁程度进行风险性分析。类似的工作可以用于地震滑坡危险性分析。

下面以一实例说明风险定性分析的过程。图 10.2 给出澳大利亚纽卡斯尔一滑坡的平面图。根据资料记录和经验判断,该边坡失稳的发生概率介于 0.04~0.1 之间。有迹象表明,边坡失稳后滑坡体会在影响范围内缓慢滑移(A.1.1 区域),但有可能在 A.1.2 区域陡坡以下和 A3 区域加速滑移。如果考虑滑坡影响范围内的 A, B, C 三个建筑物,并分别对边坡的滑体大小、失稳发生概率、脆弱度、危害大小以及单一风险进行定性分析,其成果列于表 10.2。

10.1.4 定量风险分析法

定量风险分析是建立在风险概率和以人员伤亡和财产为定量指标基础上的一个综合决策系统。

(1) Morgan (1992)用以下的条件概率计算公式来评价一个独立个体的风险。

$$R(IN) = P(H) \times P(S/H) \times P(T/S) \times V(L/T) \tag{10.3}$$

式中： $R(IN)$ 为一个独立个体发生伤亡的年频率； $P(H)$ 为灾害(这里指滑坡)的年发生频率； $P(S/H)$ 为灾害的空间破坏频率(例如滑坡对一定距离的建筑物的影响)； $P(T/S)$ 为考虑时间效应影响的概率； $V(L/T)$ 为个体的脆弱程度。

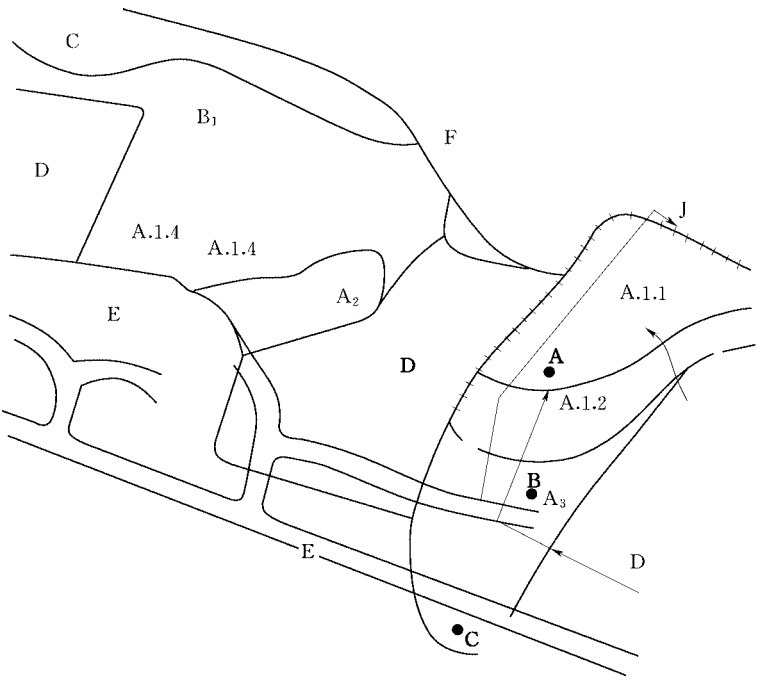


图 10.2 澳大利亚纽卡斯尔一滑坡平面位置图

表 10.2 某滑坡单一风险分析

风险 个体	滑坡 大小	发生 概率	危害 程度	脆弱度					单一风险 人身财产
				V_a	V_b	V_c	V_L	V_P	
A	大	0.05	很高	1.0	0.05	1.0	0.05	1.0	0.0025
B	大	0.05	很高	0.5	0.3	0.9	0.15	0.45	0.0075
C	大	0.05	很高	0.5	0.01	0.05	0.005	0.025	0.00025

注 V_a 为单一个体受滑坡影响的概率(建筑物 B 与 C 只有在泥石流发生时才受影响)； V_b 为在建筑物受到影响时，有一人致死的概率； V_c 为在建筑物受到影响时，单一风险个体价值的比率； V_L 为人员伤亡的脆弱度(= $V_a \times V_b$)； V_P 为财产损失的脆弱度(= $V_a \times V_c$)。

(2) 对于财产的损失。评估公式为

$$P(R) = P(H) \times P(S/H) \times (P/S) \times E \quad (10.4)$$

式中: $P(R)$ 为以货币为单位的每年财产的损失, 相应个体是长久存在的, 还是临时的, 此值就有明显的不同; $V(P/S)$ 为建筑物滑坡灾害的脆弱程度; E 为以货币为单位的损失 (例如该财产目前的价值); 其余变量定义同式(10.3)。

对于滑坡体影响范围内风险个体的脆弱度通常可在历史记录和工程技术人员判断的基础上进行评估。例如, 在高陡边坡坡脚处的建筑物就比远离坡脚处的建筑物具有较高的脆弱度 (即建筑物整体的破坏的概率高)。处于高速度滑坡区影响范围内的建筑物就比位于速度低滑坡区的同一建筑物的脆弱度高。

定量风险分析方法能比较全面和定量地分析滑坡问题的失稳概率以及相应的灾害后果, 能直接面对和处理滑坡问题的风险评估。定量风险分析方法通常有以下几个步骤:

- (1) 建立一滑坡灾害模型。该模型尽可能包含滑坡区的地质条件, 各种可能诱发滑坡的内在和外因因素, 以及滑坡区周围的工厂、居民区、交通设施等。
- (2) 列出所有可能的边坡破坏模式和计算相应的破坏概率。这是定量分析的一个重要内容, 通常称可靠度分析, 将在本章其它节中进行详细的讨论。
- (3) 建立滑坡后果模型。评估特定滑坡破坏模式下的灾害后果。
- (4) 计算风险个体的单一风险和滑坡影响范围内的整体风险。

10.1.5 大坝和边坡的允许风险

制定一个合适的允许风险程度, 是风险管理的一个重要组成部分。通常用以下两种指标规定大坝和边坡的允许风险。

1. 允许风险

允许风险通常以每年每一单独生命被摧毁的概率来描述。例如, 假定我国人口以 1.2×10^9 计, 每年因滑坡、泥石流死亡人数为 1200 人, 则以年计的风险为 $1200 \div (1.2 \times 10^9) = 10^{-6}$ 。

在风险分析领域, 还需要区分单独生命是主动的还是被动的风险承受者。例如对登山者、主动吸烟者这样的主动风险承担者, 设定其允许风险时自然要比大坝下游的居民、被动吸烟者等被动风险承担者要高得多。Reid (1989) 介绍了英国 CIRA (Construction Industry and Research Association) 在 1977 年规定的建筑物以年计的允许风险社会指数, 见表 10.3。

表 10.3 英国 CIRA 规定的以年计的允许风险社会指数

建筑物类型	大坝, 人群聚居处	办公室, 商业, 工业区	桥梁	塔, 近海结构
K_s	0.005	0.05	0.5	5

Fell (1993) 在英国 CIRA 规定的建筑物以年计的允许风险社会指数的基础上, 提出了各种行业允许风险的确定方法, 如下式:

$$P(f) = \frac{K_s \times 10^{-4}}{N_r} \quad (10.5)$$

式中: K_s 为社会指数, 见表 10.3; N_r 为受影响的人数。

表 10.4 摘录了 Reid (1989)对各类主动和被动风险承受者建议的允许风险。

表 10.4 各种行业对生命伤害的风险统计(Reid, 1989)

风险种类	单独个体以年计死亡的概率($\times 10^{-6}$)
桥梁破坏	
结构破坏桥墩(UK)	0.14
桥梁火灾	4
自然灾害(US)	
暴风雨	0.4
龙卷风	0.4
雷电	0.5
地震	2
一般风险	
火车旅行	4
电击	6
飞机旅行	9
水上旅行	9
中毒	20
溺水	30
火灾	40
落石	90
公路旅行	300
职业风险	
制衣业	5
汽车制造业	15
化工业	85
造船业	105
农业	110
建筑业	150
铁道	180
煤矿	210
采石	295
采矿	750
近海石油	1,650
深海捕鱼	2,800
运动风险	
洞穴探险	45
滑翔	400
潜水	420
赛艇	800
高空滑翔	1,500
跳伞	1,900
所有的原因	
整体	12,000
30岁女性	600
30岁男性	1,000
60岁女性	10,000
60岁男性	20,000

Fell 在分析了各种行业风险的基础上认为,对于被动风险承受者,以年计允许风险应小于 10^{-6} ,最大也不得超过 10^{-5} 。

图 10.3 为南非、荷兰和澳大利亚对大坝允许风险的规定(Kreuzer, 2000)^①。从中可以看到允许的风险程度是和一个国家的经济发展程度以及人口密度等情况密切相关的。例如,在图 10.3 中,南非和荷兰均以 1000 人作为横坐标 N 最大的度量,而澳大利亚则取 10000 人,在我国则横坐标至少要外延至 10 万人。

对于滑坡灾害,澳大利亚岩土力学学会和香港政府分别建议如表 10.5 和图 10.4 所示的允许风险(Australian Geotechnics Society, 2000; Ho. et al. , 2000)。

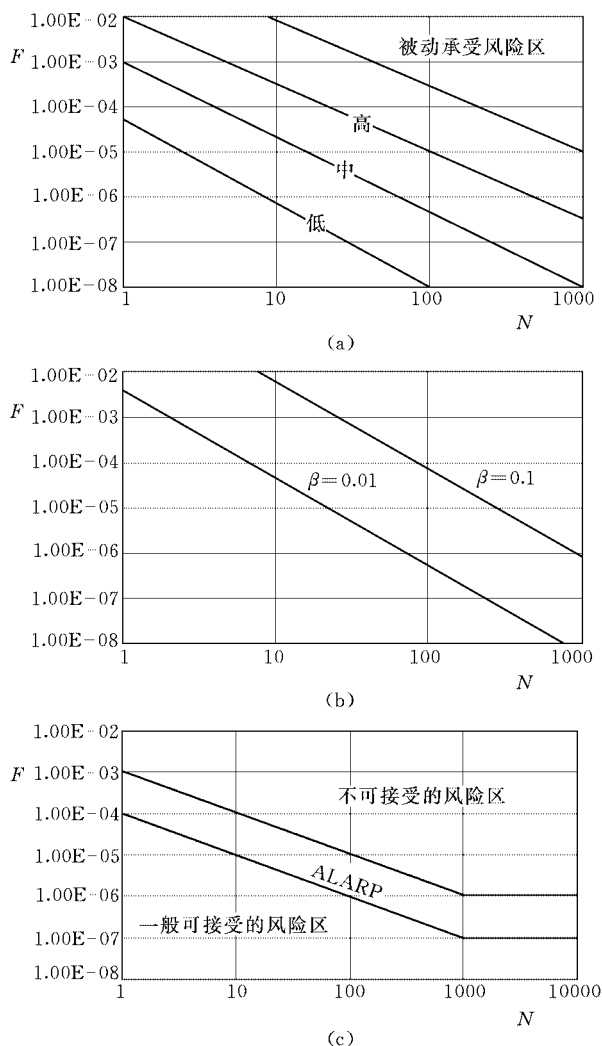


图 10.3 一些国家对大坝允许风险的规定

(a) 南非; (b) 荷兰; (c) 澳大利亚, N 为失效个体的数量

^① 图10.3(a)原文纵坐标似有误,已根据作者理解改正。

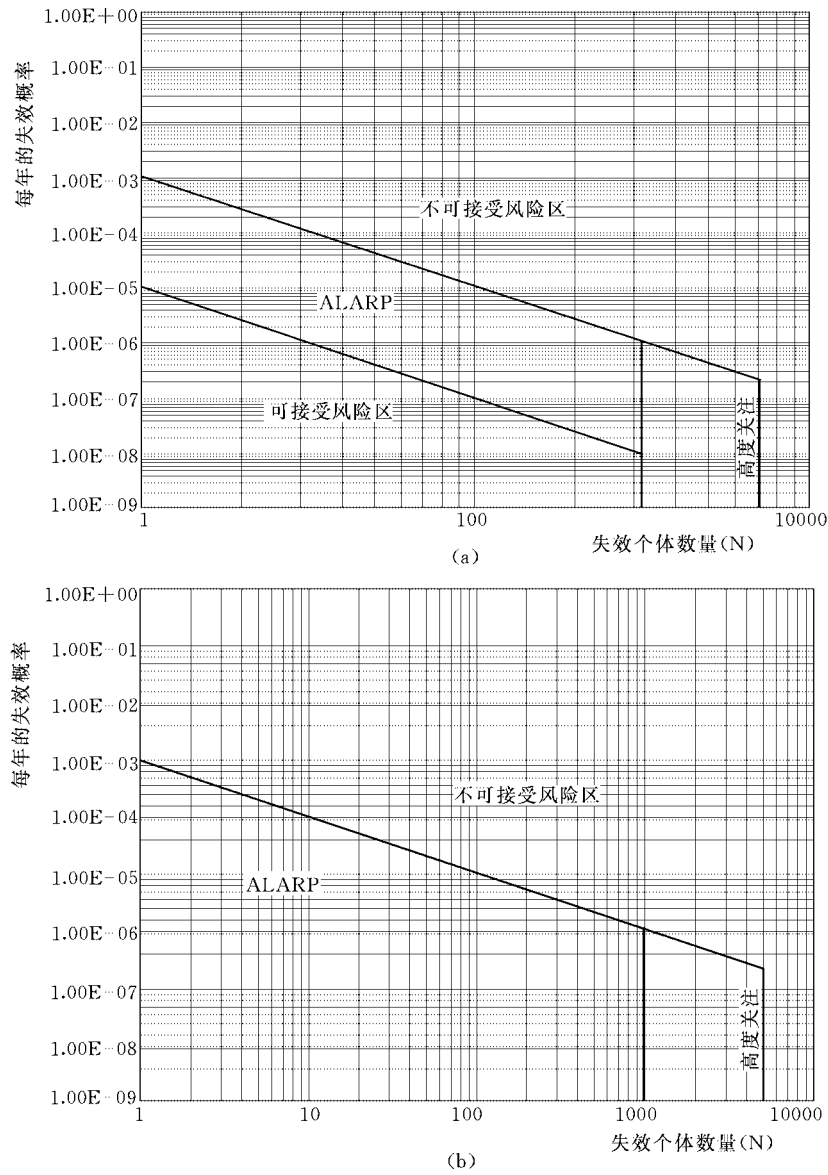


图 10.4 香港政府对边坡允许风险的规定

(a) 二层次评价方法; (b) 三层次评价方法

表 10.5 澳大利亚岩土力学学会建议的以年计的允许风险

情况	人群属性	建议的允许风险
已建边坡	处于高危地区的人群	10^{-4}
	一般人群	10^{-5}
新建边坡	处于高危地区的人群	10^{-5}
	一般人群	10^{-6}

2. 允许可靠度指标

在进行定量风险分析时,通常可以得到功能函数的可靠度指标 β (详见 10.2 节)。

假设功能函数为正态分布,则 β 可以和失效概率 P_f 建立相关的关系,如表 10.6 所示。我国可靠度设计规范对各种建筑物的允许可靠度指标作出了规定。

表 10.6 可靠度指标 β 和失效概率 P_f 的关系

失效概率 P_f	0.5	0.25	0.1	0.05	0.01	0.001	0.0001	0.00001
可靠度指标 β	0	0.67	1.28	1.65	2.33	3.1	3.72	4.25

我国水利水电工程结构可靠度设计统一标准规定,持久状态结构的允许 β 值按表 10.7 所示。表中第一类破坏指非突发性破坏,破坏前能见到明显征兆,破坏过程缓慢;第二类破坏指突发性破坏,破坏前无明显征兆,结构一旦发生事故难于补救或修复。规范同时规定了建筑物的设计基准期,这样,允许可靠度指标也可以与以年计的允许风险建立关系。

表 10.7 水工规范规定的持久结构承载能力允许可靠度设计指标 β

结构安全级别	I 级	II 级	III 级
一类破坏	3.7	3.2	2.7
二类破坏	4.2	3.7	3.2

依据表 10.7, I 级大坝发生坝坡失稳那样的二类破坏,允许 β 值为 4.2。从表 10.6 可查得相应的风险为 3.1×10^{-5} ,按规范规定该大坝设计基准期为 100 年,如果大坝本身的寿命为 500 年则以年计的失效概率为 6.2×10^{-6} 。将表 10.5 中的数值和这一数值相比,可知我国一级大坝的允许风险率比澳大利亚新建边坡处于高危地区相当。

10.1.6 小结

风险分析和风险管理是近几年来在边坡和大坝工程领域兴起的一门新兴学科分支,它的适用性和可操作性还有待于在实践中进一步验证。上面几节着重描述了滑坡风险分析的一些基本概念,简要介绍了边坡风险分析实践的两种方法。在以下各节,将暂时离开这一带有战略意义的课题,转入一个对边坡稳定分析参数不确定因素进行定量分析的领域。这一领域相对来说,更易于用近代可靠度分析理论进行定量分析,同时,这也是整个边坡体系所包含的不确定因素中十分重要的一个方面。自然,这只是一个带有战术意义的课题,也就是说,获得了由于影响安全系数的诸多参数(强度指标、孔隙水压力等)的变异特征导致的风险率,并不意味着就获得了整个边坡体系的风险性。同时还要研究由于管理和分析模型方面带来的风险,最终按式(10.1)确定整个体系的风险。

10.2 可靠度分析基础

10.2.1 引言

为了对可靠度分析的内容和意义有一个简明的了解,首先来看 Duncan (2000)教授在著作中举的一个例子。该例子是对一个挡土墙抗滑稳定安全系数进行可靠度分析,见图 10.5。

对于图 10.5 所示挡土墙,计算其抗滑稳定安全系数的公式如下:

$$F_{ss} = \frac{(W_1 + W_2) \tan \delta}{E} \tag{10.6}$$

式中: W_1, W_2 分别为墙和底板上回填土的重量; δ 为墙壁和砂之间的摩擦角; E 为墙踵以

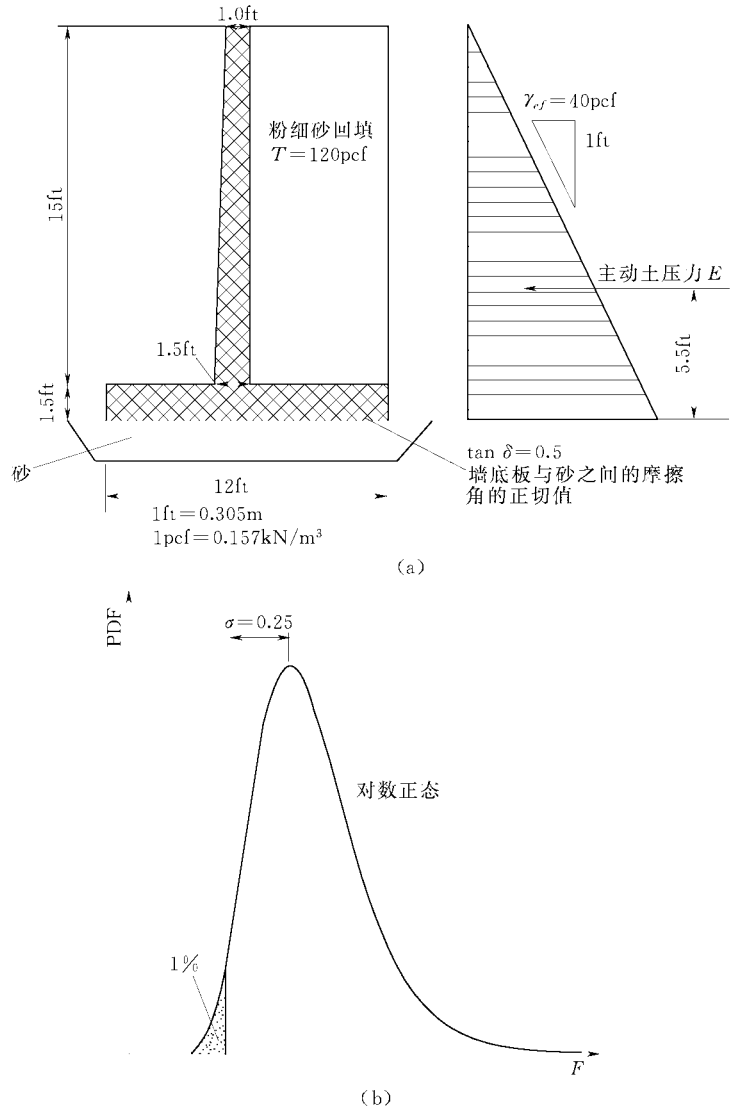


图 10.5 挡土墙抗滑稳定可靠度分析示例(Duncan, 2000)
(a) 计算简图; (b) 失效概率

上的土压力。引入等效液体容重 $\gamma_{ef} = \gamma \tan^2(45^\circ - \frac{\phi'}{2})$ ，则土压力计算公式为

$$E = \frac{1}{2} \gamma_{ef} H^2 \quad (10.7)$$

Duncan 使用表 10.8 这样一个简单的分析步骤计算安全系数的标准差和变异系数。本例中 F 的均值为 1.50。这个值被称为最大似然的安全系数 F_{MLV} 。在了解 γ_{ef} 、 δ 和 γ_{bf} 的均值和标准差的情况下，可以进行表 10.8 所示的一系列计算，最后获得安全系数 F 的变异系数 V_F 为 17%。根据 F 的均值和变异系数，在假定安全系数按对数正态分布的条件下，查阅表 10.9，可得知安全系数的失效概率 P_F 为 1%。

表 10.8 挡土墙的 Taylor 级数展开法可靠度分析 *

变量	分析指标	数值	安全系数	ΔF
等效液体容重 γ_{ef}	最大似然值 $+\sigma$	45 pcf	$F^+ = 1.33$	-0.38
	最小似然值 $-\sigma$	35 pcf	$F^- = 1.71$	
$\tan\delta$	最大似然值 $+\sigma$	0.55 pcf	$F^+ = 1.65$	0.30
	最小似然值 $-\sigma$	0.45 pcf	$F^- = 1.35$	
回填料容重 γ_{bf}	最大似然值 $+\sigma$	127 pcf	$F^+ = 1.56$	0.12
	最小似然值 $-\sigma$	113 pcf	$F^- = 1.44$	
混凝土容重 γ_c	最大似然值 $+\sigma$	152 pcf	$F^+ = 1.50$	0.01
	最小似然值 $-\sigma$	148 pcf	$F^- = 1.49$	

注 1 安全系数的标准差 $\sigma_F = [(0.38/2)^2 + (0.30/2)^2 + (0.12/2)^2]^{1/2} = 0.25$;

2 1pcf=0.157 kN/m³;

3 安全系数的变异系数 $V_F = \text{标准差}/\text{均值} = 0.25/1.50 = 17\%$ 。

* 保留原有的英制单位，1英尺=0.305m，1磅=4.448N。

观察这一分析步骤，可以发现，在确定性模型分析中只须通过安全系数来评价边坡的安全度，而可靠度分析则在计算安全系数均值的同时，还要计算安全系数的标准差或变异系数，在假定安全系数符合一定概率模型的前提下，得到结构失稳（即 $F < 1$ ）概率。这一计算是建立在对影响安全系数的各个因子的均值和标准差的定量分析基础上的。

可靠度分析的好处是对影响安全系数的每个影响因子均根据各自包含的不确定性予以适当考虑。例如，如果认为这一挡土结构不能满足对安全度的要求，需要采用一定的加固措施，设采用加筋土或排水这两种措施都能使安全系数提高到 1.8，那么传统的确定性模型认为这两种措施的作用是同等的；但是引入可靠度分析后，就会发现采用加筋土这样的机械措施，其保证率是很大的，因为它可以从增大安全系数的均值和减少安全系数的变异系数两个方面增加结构的安全度，而排水涉及到多种不确定因素，可靠性较差，两者的变异系数有很大的差别。因此，使用可靠度方法来评价这两种措施，不会得出其对提高挡土墙的抗滑稳定性作用是同等的这样一个结论。在边坡治理时，尽管布置了排水措施，人们往往仍不大放心，对重要的工程，还要增设一些诸如抗滑桩，锚索那样的措施，这种心理状态可以用可靠度概念作出理论解释。在施加抗滑桩和锚索时经常发现，这些加固措施在提高边坡的安全系数的绝对值方面起的作用不是很大的，即便提高 5%，也要付出极大的代价。

表 10.9 根据安全系数的均值和变异系数确定结构的失效概率（单位：%）

F	V_F														
	2	4	6	8	10	12	14	16	20	25	30	40	50	60	80
1.05	0.8	12	22	28	33	36	39	41	44	47	49	53	55	58	61
1.10	1.0E-4	0.9	6	12	18	23	27	30	35	40	43	48	51	54	59
1.15	3.1E-10	0.03	0.7	4	9	13	18	21	27	33	37	43	48	51	56
1.16	1.9E-11	0.01	0.3	3	8	12	16	20	26	32	36	42	47	50	56
1.18	6.9E-14	1.9E-3	0.13	2	5	9	13	17	23	29	34	41	45	49	55
1.20	2.4E-16	2.9E-4	0.01	1.2	4	7	11	14	21	27	32	39	44	48	54
1.25	3.4E-22	1.5E-6	1.1E-2	0.3	1.4	4	6	9	15	22	27	35	41	45	51
1.30	1.8E-27	4.8E-9	7.0E-4	0.06	0.50	1.6	3	6	11	17	23	31	37	42	49
1.35	3.6E-32	1.2E-11	3.4E-5	0.01	0.20	0.7	1.9	4	8	14	19	28	34	40	47
1.40	2.6E-36	2.9E-14	1.3E-6	1.5E-3	0.04	0.3	1.0	2	5	11	16	25	32	37	45
1.50	2.8E-43	2.8E-19	1.5E-9	2.5E-5	3.0E-3	0.04	0.2	0.7	3	6	11	19	27	32	41
1.60	0.00	8.0E-24	1.4E-12	3.1E-7	1.6E-4	0.01	0.05	0.2	1.1	4	7	15	22	28	38
1.70	0.00	7.6E-28	1.7E-15	3.3E-9	7.4E-6	6.1E-4	0.01	0.06	0.5	2	5	12	19	25	34
1.80	0.00	2.1E-31	2.8E-18	3.5E-11	3.1E-7	6.2E-5	1.7E-3	0.01	0.2	1.2	3	9	16	22	31
1.90	0.00	1.4E-34	7.1E-21	4.1E-13	1.2E-8	6.0E-6	2.9E-4	3.8E-3	0.08	0.65	2	7	13	19	29
2.00	0.00	2.1E-37	2.9E-23	5.7E-15	5.2E-10	5.7E-7	4.8E-5	9.8E-4	0.03	0.36	1.3	5	11	17	26
2.20	0.00	3.2E-42	1.6E-27	1.9E-18	1.4E-12	5.1E-9	1.3E-6	5.5E-5	0.01	0.10	0.56	1.3	8	13	22
2.40	0.00	0.00	3.7E-31	1.5E-21	3.1E-15	5.1E-11	3.5E-8	3.1E-6	7.8E-4	0.03	0.23	1.9	5	10	19
2.60	0.00	0.00	2.7E-34	2.5E-24	1.4E-17	6.4E-13	1.0E-9	1.9E-7	1.2E-4	0.01	0.09	1.1	4	7	16
2.80	0.00	0.00	5.0E-37	8.2E-27	1.0E-19	1.0E-14	3.5E-11	1.2E-8	1.8E-5	0.00	0.04	0.66	3	6	13
3.00	0.00	0.00	1.9E-39	5.0E-29	1.1E-21	2.1E-16	1.4E-12	8.0E-10	2.8E-6	0.00	0.02	0.39	1.8	4	11

注 (1) V_F 为安全系数的变异系数；(2) F 为均值安全系数；(3) P_F 为结构失效概率，以%计，表中“3.7E-31”理解为 $(3.7 \times 10^{-31})\%$ ；(4) 安全系数为对数正态分布

但这些措施可大幅度地增大可靠度指标，减少边坡失效的风险。因此，如果采用风险分析，那么这些机械加固措施的作用或许可以得到更加合理的评价。

本节介绍的计算安全系数的变异系数和失效概率的方法是一种简化的处理，当问题是非线性时，还需要更加符合实际的数学模型和分析方法。本章以下各节就是讨论这一可靠度分析理论的数值分析方法。

10.2.2 可靠度分析的基本原理

1. 边坡的失效概率

广义地讲，对任何一个结构的安全性分析包括了研究其“资源(Supply)”和“需要(Demand)”之间的关系。如果分别以 X 和 Y 来代表这两个因素，那么，当 $X > Y$ 时，结构处于安全状态；当 $X < Y$ 时，则结构处于失稳状态。这一关系可用式(10.8)表示，当 $X = Y$ 时，该方程称为极限状态方程。所有处于极限状态的自变量组合构成了该问题的状态边界面。

$$M = X - Y = 0 \quad (10.8)$$

对于一均质边坡，作用于滑体上的抗力和作用力分别可用 X 和 Y 来表示。由于边坡材料参数和作用荷载的不确定性， X 和 Y 可以假设为随机变量，其相应的概率密度函数分布形式如图 10.6 所示。当抗力 X 小于作用力 Y 时，边坡就会破坏或者失效。边坡失效的可能性（或者概率） P_F 可用 X 和 Y 的概率密度函数 $f_X(X)$ 和 $f_Y(Y)$ 相重叠部分来代表。

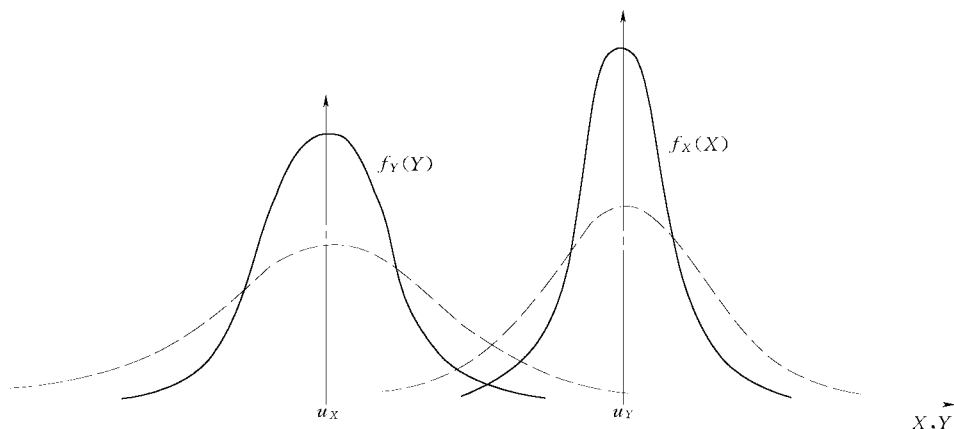


图 10.6 抗力 X 和作用力 Y 的概率密度函数

从图 10.6 可以看出，失效概率 P_F 通常取决于以下两个方面：

(1) X 和 Y 概率密度分布函数的相对位置。 $f_X(X)$ 、 $f_Y(Y)$ 位置越远，重叠越少，失效概率 P_F 越小，反之则失效概率 P_F 越大。两者相对位置通常用 X 、 Y 的均值的比值 μ_X/μ_Y （也就是安全系数）或者安全裕度 $(\mu_X - \mu_Y)$ 来衡量。

(2) X 和 Y 概率密度函数的分散度。 $f_X(X)$ 和 $f_Y(Y)$ 分布越分散，重叠越多，失效概率 P_F 越大（图 10.6 中虚线代表的曲线）。 $f_X(X)$ 和 $f_Y(Y)$ 的分散度，通常用 X 和的 Y 标准差 σ_X 和 σ_Y 来描述。

简而言之，失效概率与 μ_X 、 μ_Y 、 σ_X 和 σ_Y 有关，即

$$P_F \propto f(\mu_X / \mu_Y, \sigma_X, \sigma_Y)$$

2. 可靠度指标的定义及其几何解释

为表述方便, 假设 X, Y 服从 $N(\mu_X, \sigma_X)$, $N(\mu_Y, \sigma_Y)$ 的正态分布, 且统计上相互独立。则极限状态方程 $M = X - Y$ 的概率密度分布函数同样服从 $N(\mu_M, \sigma_M)$ 的正态分布, 其中

$$\mu_M = \mu_X - \mu_Y \quad (10.9)$$

$$\sigma_M^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad (10.10)$$

对于一个服从正态分布 $N(\mu_M, \sigma_M)$ 的状态方程, 研究的目标是确定 $M < 0$ 的概率, 即图 10.6 所示的重叠区的面积。显然有

$$P_F = P(M = X - Y < 0) = \int_{-\infty}^0 N(M) dM \quad (10.11)$$

不难证明, 这一积分可以唯一地表达为 $\frac{\mu_M}{\sigma_M}$ 的函数, 即

$$P_F = P(M = X - Y < 0) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (10.12)$$

可靠性理论称该数值为可靠度指标, 用 β 表示, 即

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (10.13)$$

有了可靠度指标后, 即可通过表 10.6 确定结构的失效概率。

为进一步阐述可靠度指标 β 的几何意义, 引入标准化变量:

$$X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \quad (10.14)$$

$$Y' = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y} \quad (10.15)$$

把式(10.14)和式(10.15)代入极限状态方程, 即式(10.8)得

$$M = \sigma_X X' - \sigma_Y Y' + \mu_X - \mu_Y \quad (10.16)$$

在图 10.7 所示的标准化变量空间中, 安全状态和失效状态被状态边界面 $M=0$ 分开。从图中所示的几何关系可知

$$a = \frac{\mu_X - \mu_Y}{\sigma_X} \quad (10.17)$$

$$b = \frac{\mu_X - \mu_Y}{\sigma_Y} \quad (10.18)$$

$$c = \frac{\mu_X - \mu_Y}{\sigma_X \sigma_Y} \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} \quad (10.19)$$

因此边坡系统的安全程度或可靠度可用原点到极限状态线的最短距离 d 来衡量。根据几

何知识可知

$$d = \left| \frac{ab}{c} \right| = \frac{\mu_X - \mu_Y}{\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}} = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \beta \quad (10.20)$$

通过式(10.20)以及可靠度指标 β 的定义可以看出, β 可以用标准化变量空间中原点到极限状态线的最短距离来衡量。

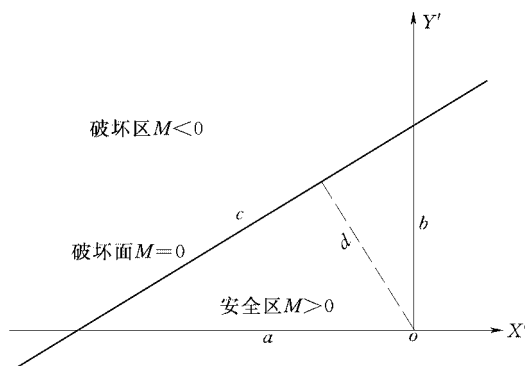


图 10.7 标准化变量空间上的极限状态面

在上述讨论中, 状态方程被假定为具有两个相互独立, 但仍服从正态分布的随机变量的线性函数。当线性安全度方程所包含的随机变量的个数增加, 同样服从正态分布且相互独立时, 可靠度指标 β 的计算可直接由式(10.20)从二维推广到多维。而当随机变量不服从正态分布, 或者相互关联时, 可以通过某种方式把相应的随机变量转化为服从正态分布且相互独立, 从而求得可靠度指标 β (Ang and Tang, 1984)。上面对线性安全度方程 (功能函数) 可靠度指标的求解思路将为求解广泛存在于边坡问题中的非线性功能函数的可靠度指标提供了坚实的基础。

3. 功能函数的定义及其讨论

(1) 功能函数的定义。结构可靠度通常是指在一段时间内、一定荷载条件作用下完成预定功能或系统运行正常的一种度量。在可靠度分析中, 通常定义功能函数为

$$g(\mathbf{X}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (10.21)$$

式中: $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为一向量; $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为影响边坡系统可靠度的 n 个变量。

$g(\mathbf{X})$ 反映了结构的运行性能或者状态。当 $g(\mathbf{X}) > 0$ 时, 边坡系统处于安全状态; 当 $g(\mathbf{X}) < 0$ 时, 结构处于“破坏”或“失效”状态; 而 $g(\mathbf{X}) = 0$ 表示系统达到极限运行状态。通常 $g(\mathbf{X}) = 0$ 称为结构的极限状态方程。

如果功能函数中随机变量 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的联合概率密度函数为 $f_{x_1, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 则结构处于安全状态 ($g(\mathbf{X}) > 0$) 的概率为

$$P_s = \int_{g(\mathbf{X}) > 0} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (10.22)$$

同样处于破坏状态($g(X) < 0$)的失效概率 P_F 可以表示为

$$P_F = \int_{g(X) < 0} \cdots \int_{f_{x_1, x_2, \dots, x_n}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \quad (10.23)$$

由式(10.22)和式(10.23)可见, 无论是 P_s 还是 P_F 都可以通过数值积分的方法得到。当功能函数 $g(X)$ 是线性, 所包含的随机变量相互独立且服从正态分布时, 可以用 10.2.2 节中介绍的方法计算可靠度指标 β 及相应的失效概率 P_F 。

在随机变量的联合概率函数不易得到, 或者功能函数 $g(X)$ 是非线性时, 可以用下面将要介绍的一次二阶矩法(FOSM)、蒙特卡洛法(Monte Carlo Method)和 Rosenbleuth 法来计算边坡问题的可靠度指标 β 及相应的失效概率 P_F 。

作为向可靠度分析过渡的一个措施, 在建筑和水电行业的一些规范中, 规定了分项系数极限状态设计的原则。此时, 分别将式(10.8)中的“资源”和“需求”用抗力 R 和作用 S 来代表, 并根据结构的重要性的参数的变异特性, 加入了分项系数。例如, 重力坝设计规范中的公式为

$$\gamma_0 \Psi S(\gamma_G G_K, \gamma_Q Q_K, \alpha_K) \leq \frac{1}{\gamma_{d1}} R\left(\frac{f_k}{\gamma_m}, \alpha_K\right) \quad (10.24)$$

式中各项公式意义可参见规范原文。

(2) 边坡稳定分析中的功能函数。在边坡稳定领域进行可靠度分析时, 发现在第 2 章和第 3 章介绍的各种计算安全系数的方法都无法变成式(10.8)或式(10.24)的形式。在稳定分析中, 某些物理量, 如材料的重量, 既可以视为作用, 但也是产生抗力(摩擦力)的主要因素。因此, 在将已有边坡稳定分析和可靠度分析接轨的过程中, 需要作适当的处理。下面是现有文献中可以看到的两种作法。

(a) 在已有的安全系数基础上定义功能函数。将极限状态改为(Li and Lumb, 1987; Lowe, et. Al. 1998)如下两式, 即

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) - 1 = 0 \quad (10.25)$$

$$\ln F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (10.26)$$

式(10.25)和式(10.26)中安全系数 F 为随机变量 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的函数。Li 和 Lumb (1987)指出, 可以有各种不同的方法定义边坡稳定分析的功能函数。 F 是通过不同的方法获得的安全系数, 如简化毕肖普法、Spencer 法、Morgenstern-Price 方法等。

相应的可靠度指标定义(Chowdhurg, 1984; Tabba, 1984; Fell. et. al, 1988)为

$$\beta = \frac{\mu_F - 1}{\sigma_F} \quad (10.27)$$

式中: μ_F 和 σ_F 为安全系数 F 的均值和标准差。

使用这一处理方案, 第 2 章和第 3 章介绍的计算安全系数的各种方法均不需要作任何改动即可进行可靠度分析。

(b) “套改”方案。这一方案要求将现有的有关结构和稳定分析的方法按式(10.24)予以改造。一些文献中曾将第 3 章介绍的瑞典法和毕肖普法中分子和分母两项改为相减的形式(陈祖煜、张广文, 1994)。在重力坝设计规范中, 出现了一个从未见诸于文献的适应于式(10.24)的双折线滑面深层抗滑稳定分析公式。水工建筑物抗震规范没有改造现有的毕肖普法, 其“条文说明”在论述土石坝和静力法边坡稳定分析时, 提供了按毕肖普法计算获得的安全系数和结构系数 γ_d 相关联的表。但是这张表是出现在“条文说明”中, 一般并无法律约束性。这一以安全系数为基础的方法出现在该规范中, 仍然是有条件的。以上种种作法的一个共同特点是有意无意地阻止在规范正文和附录中出现“安全系数”这四个字。可靠度和分项系数极限状态分析方法是作为传统的安全系数的对立面提出的。因此, 与安全系数相关的各种分析方法也必须推倒重来。

笔者曾著文讨论了按式(10.24)强行修改稳定分析的传统方法存在的种种问题(陈祖煜、张广文, 1994; 陈祖煜、陈立宏, 2002)。文中指出, 现行的有关安全系数定义和相应的处理方法是几十年来人们在长期实践中积累而形成被普遍接受的作法。在边坡稳定分析中的一些因素, 如重力, 地震惯性力, 它们既是作用又是抗力, 很难将其分开。同时, 如式(10.24)那样带有量纲的比较方案难以在参数敏感性和优化设计中应用。一个边坡的“抗力比作用大 10 万吨”这样的结论不会给人们关于其安全度有多大的定量概念, 而“安全系数为 1.5”这一命题所描述的安全度却是一个客观性指标, 可以作为衡量所有边坡稳定性的依据。

上述作法(b)反映了有关人员对边坡稳定分析领域中关于“安全系数”概念的误解。近代岩土力学对安全系数定义已经不是早期那个概括了诸多不确定因素的“大老 K ”了。安全系数 F 是这样一个数值, 它使设计参数中的强度指标 c 和 f 缩减为 c/F 和 f/F , 从而使结构达到极限平衡状态。

其实, 上述作法(a)在西方有关边坡稳定可靠度分析文献中, 早已成为普遍接受、广泛采用的方案。10.2.1 节介绍的挡土墙抗滑稳定的内容便是一例子。在这个例子中, 可以发现, 传统的挡土墙稳定分析方法一点都不需要修改, 安全系数还是照算。在这篇论文的结论中, Duncan 写道: “失效概率不能看成安全系数的替代品, 而是一种补充。同时计算安全系数和失效概率比单独计算任何一个更好。虽然我们还不能准确地计算安全系数和失效概率, 但是两者互补可以大大提高成果的精度。”

20 世纪 90 年代初期, 美国科学院下属的美国国家科学研究委员会(National Research Council, 1995)组成了一个从事可靠度和传统方法的专家人数相同的班子, 对可靠度方法在岩土工程中的应用和存在问题进行全面的。此班子名为“岩土工程减灾可靠度方法研究委员会”。研究班子由这两个领域的著名专家 Wilson Tang 和 Duncan 领导。1995 年, 该委员会提出了“岩土工程中的可靠度方法”的研究报告(National Research Council, 1995), 这个报告的结论的第一段内容如下: “对于可靠度方法在岩土工程中作用的问题, 委员会的主要发现是: 可靠度方法, 如果不是把它作为现有传统方法的替代物的话, 确实可以为分析岩土工程中包含的不确定性提供系统的、定量的途径。在工程设计和决策中, 用这一方法来定量地驾驭和分析这些不确实因素尤为有效。”

另外还注意到, 这一研究报告对安全系数和可靠度分析之间的关系写下以下一段文字:

“有时，用抗力/作用这样的简单的表达式来定义安全系数不一定有明确的概念。例如，在边坡稳定分析中，位于坡趾的土的重量可以作为一个抵抗土体主要部分的滑动力矩的平衡力量。这一贡献既不是附加的抗力也不是减少的作用力。由于对这些贡献的处理方法不同，用前述的简化方法计算可靠度指标时会出现一些反常现象。为了解决这一问题，在岩土工程系统中，可以引入对安全系数具有一般意义的定义。安全系数可以表达为以下一个广义的功能函数：

$$F = g(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

式中： x_i 为结构自变量。

事实上，这一公式具有更为一般的意义，因为，抗力通常是土的特性和几何特性的函数，而作用力同样又是这样一些变量，加上其它一些变量。”

综上所述，作者认为，在建筑物抗滑稳定和滑坡分析中，已经有了一套成熟的建立在安全系数基础上的可靠度分析方法。因此，进入可靠度和风险分析领域，无需引入式(10.24)这样一个过程。

10.3 蒙特卡洛法 (Monte Carlo Method)

10.3.1 基本原理

蒙特卡洛法，又称统计试验法或随机抽样技巧法。它适用于随机变量的概率密度分布形式已知或符合假定的情况，在目前可靠度计算中，是一种相对精确的方法。随着计算机技术的不断发展，蒙特卡洛法在工程中的应用将越来越广。

蒙特卡洛法是从概率的角度出发来求解失效概率的，首先对影响可靠度的随机变量进行大量随机抽样，然后将这些抽样值逐个代入功能函数，累计功能函数值小于零的个数，由此确定失效频率。根据定义，某事件的概率可以用大量试验中该事件发生的频率来估算，因此如果抽样次数达到一定值时，得到的失效频率将逼近可靠度分析的失效概率。但是应用蒙特卡洛法，抽样随机性的可靠性和样本数目的大小都是影响该失效概率精度的主要因素。

10.3.2 随机抽样过程

1. 随机数的产生方法

抽样的随机性是通过产生随机数的方法来完成。这通常要分两步进行：首先产生在开区间(0,1)上的均匀分布随机数；然后在此基础上变换成给定分布的随机数。

产生随机数的方法一般是利用随机数表、物理方法和数学方法。其中，数学方法以其速度快、计算简单和可重复性等优点而被人们广泛地使用。随着对随机数的不断研究和改进，人们已提出了各种数学方法，例如取中法、加同余法、乘同余法、混合同余法和组合同余法。上述方法中，乘同余法更具有统计性质优良、周期长等特点。下面简要介绍一下该方法的计算过程。

(1) 选择适当的参数。将参数 a 、 b 、 c 和初始值 x_0 代入公式

$$x_{i+1} = (ax_i + b) \pmod{c} \quad (10.28)$$

式中： x 、 a 、 b 、 c 均为正整数。

式(10.28)表示以 c 为模数的同余式, 即 (ax_i+b) 除以 c 后得到的余数, 记为 x_{i+1} 。

(2) 对 x_{i+1} 进行换算。将 x_{i+1} 除以 c 后, 即可得标准化的随机数 u_{i+1} , 即

$$u_{i+1} = x_{i+1} / c \quad (10.29)$$

将 x_{i+1} 作为初值, 重复步骤(1)和(2), 得到随机数序列 $\{u\}$ 。

目前可靠度计算中, 一般常用正态分布和对数正态分布。因此, 下面着重介绍这二种分布函数随机数的产生。

(3) 正态分布的处理。由于这种分布应用极广, 因此, 对于这种变量的模拟, 已发展了很多方法。其中坐标变换法产生随机数的速度较快、精度较高。

设随机数 u_i 和 u_{i+1} 是 $(0,1)$ 区间中的两个均匀随机数, 则可用下列变换得到标准正态分布 $N(0,1)$ 的两个随机数 x_i^* 和 x_{i+1}^* :

$$\left. \begin{aligned} x_i^* &= (-2 \ln u_i)^{1/2} \cos(2\pi u_{i+1}) \\ x_{i+1}^* &= (-2 \ln u_i)^{1/2} \sin(2\pi u_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (10.30)$$

如果随机变量 X 服从一般正态分布 $N(m_x, \sigma_x)$, 则其随机数 x_i 和 x_{i+1} 算式变成

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_i^* \sigma_x + m_x \\ x_{i+1} &= x_{i+1}^* \sigma_x + m_x \end{aligned} \right\} \quad (10.31)$$

式(10.31)中随机数成对产生, 它们不仅是互相独立的, 而且服从一般正态分布。

(4) 对数正态分布的处理。对数正态分布变量的随机数可以由正态分布随机数转化而来。假设随机变量 X 服从对数正态分布, 则随机变量 $Y = \ln X$ 服从正态分布。 Y 的标准差和变异系数可以由 X 的标准差和变异系数求得 (参见 10.6.3 节), 然后根据上面介绍的方法求得 Y 的随机数 y , 则 X 的随机数为 $x_i = \exp(y_i)$ 。

(5) 样本数目的大小。抽样样本数目 N 的大小是影响失效概率计算精度的重要因素。Bennet 和 Ang (1983) 建议用 95% 的置信度以保证用蒙特卡罗法解题的允许误差 ε 。

$$\varepsilon = [2(1 - P_F) / (N \cdot P_F)]^{1/2} \quad (10.32)$$

由式(10.32)可见, 样本数目 N 越大, 误差 ε 越小。因此, 要达到一定的精度, N 必须取得足够大。为简便起见, 建议

$$N \geq 100 / P_F \quad (10.33)$$

式中: P_F 为预先估计的失效概率。

由于 P_F 一般是一个很小的数, 这就要求计算次数很多。例如工程结构的失效概率一般在 0.1% 以下, 因此, 要求计算次数达十万次以上, 这对计算方法就提出了新的要求。为此, 目前正在研究如何在计算次数不太多的情况下得到满足精度要求的 P_F 值的方法。

2. 解释 Monte Carlo 法的算例

[例 10.1] 均匀土坡算例。

首先讨论一个具有固定圆弧滑裂面的均质土坡的例子, 参见 11.4 节中 ACADS 例题 1(a)。该边坡及圆弧滑裂面的几何尺寸如图 10.8 所示。

在可靠度分析中, 滑坡体材料的强度参数粘聚力 c 和摩擦系数 $f=\tan\phi$ 按随机变量来处理, 并假定 c, f 统计上相互独立且分别服从 $N(\mu_c, \sigma_c)$ 和 $N(\mu_f, \sigma_f)$ 的正态分布, 其中 $\mu_c=3.0\text{ kPa}$, $\mu_f=0.356$; $\sigma_c=0.3\text{ kPa}$, $\sigma_f=0.03$ 。另外, 滑坡体材料容重 $\gamma=20.0\text{ kN/m}^3$ 。

对 c 和 f 进行 500 次模拟, 所得安全系数的直方图如图 10.9 示。根据此直方图, 获得安全系数的均值和标准差分别为 1.106 和 0.084, $\beta=1.256$ 。

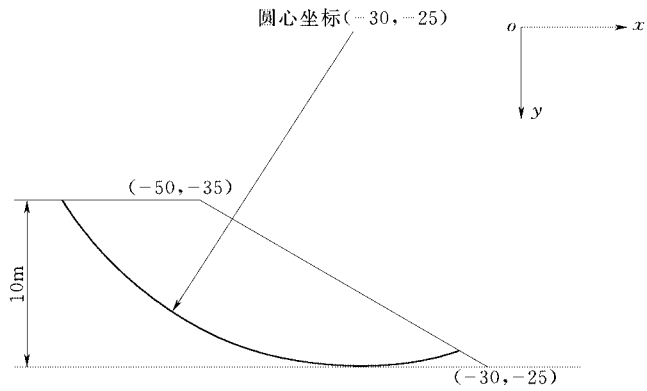


图 10.8 均匀土坡计算实例几何尺寸

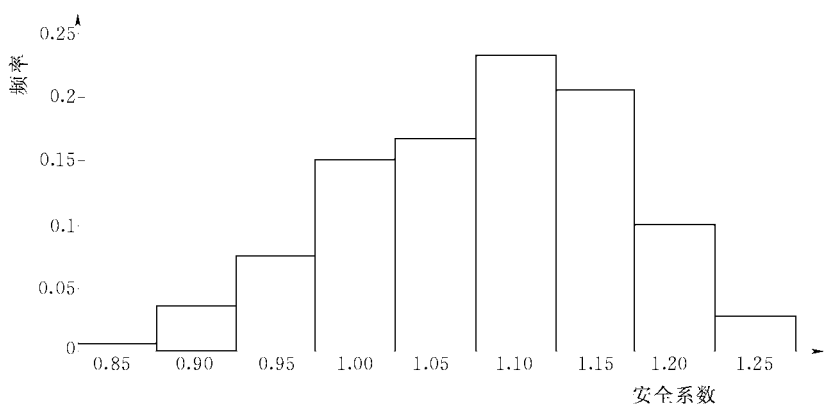


图 10.9 均匀土坡计算结果直方图 (Monte Carlo 法)

10.4 一次二阶矩法

10.4.1 基本原理

通常情况下, 由于边坡系统存在着大量的不确定性因素, 包含在功能函数中的随机变量的概率分布形式很难确定。随机变量的一阶矩 (均值) 和二阶矩 (方差) 比较容易获得。一次二阶矩法(FOSM)就是在这种背景下提出的。此法只根据随机变量均值和标准差的数学模型去求解可靠度。

该方法将功能函数 $g(X) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在某点 $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 用 Taylor 级数展开,

使之线性化, 然后计算功能函数在点 $\mathbf{X}^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 的均值和标准差, 然后求解可靠度, 因此称为一次二阶矩法。

首先我们来研究随机变量相互独立的情况。

对于一组相互独立的随机变量 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$, 引入标准变量 z_i

$$z_i = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (10.34)$$

式中: μ_{x_i} , σ_{x_i} 分别为 x_i 的均值和标准差。

把功能函数 $g(\mathbf{X}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在某点 $\mathbf{X}^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 用 Taylor 级数展开, 得

$$g(\mathbf{X}) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{X}^*} + \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_i^*)^2}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \Big|_{\mathbf{X}^*} + \dots \quad (10.35)$$

略去二阶小量得

$$g(\mathbf{X}) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{X}^*} \quad (10.36)$$

式中: $\frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{X}^*}$ 为 $g(\mathbf{X}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在点 $\mathbf{X}^*=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 对 x_i 一阶偏导数值。

注意到 $\mathbf{X}^*=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为破坏面或者极限状态函数上的一点, 因此

$$g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \quad (10.37)$$

把式(10.37) 代入(10.36)中得

$$g(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\mathbf{X}^*} \quad (10.38)$$

在结构可靠度分析中, 对功能函数 g 往往采用线性化后的式(10.38), 而不直接用原来的公式, 原因是线性化后的 g , 无论求解均值或方差都容易得多。

由式(10.34)得

$$x_i = z_i \sigma_{x_i} + \mu_{x_i} \quad (10.39)$$

同样

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\partial g}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial x_i} = \frac{1}{\sigma_{x_i}} \frac{\partial g}{\partial z_i} \quad (10.40)$$

如果随机变量 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的均值 $\mu_{x_i} (i=1, 2, \dots, n)$ 和方差 $\sigma_{x_i} (i=1, 2, \dots, n)$ 已知且服从正态分布, 把式(10.39)和式(10.40)代入式(10.38)得

$$g(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n (z_i - z_i^*) \frac{\partial g}{\partial z_i} \Big|_{\mathbf{Z}^*} \quad (10.41)$$

$g(\mathbf{X})$ 的均值为

$$\mu_g = -\sum_{i=1}^n z_i^* \frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\mathbf{Z}^*} \quad (10.42)$$

$g(\mathbf{X})$ 的标准差 σ_g 为

$$\sigma_g = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\mathbf{Z}^*} \right)^2} \quad (10.43)$$

由此可见,可靠度指标 β 为

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = -\frac{\sum_{i=1}^n z_i^* \frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\mathbf{Z}^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\mathbf{Z}^*} \right)^2}} \quad (10.44)$$

定义

$$\mathbf{Z}^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)^T \quad (10.45)$$

$$\mathbf{G}^* = \left(\frac{\partial g}{\partial z_1} \bigg|_{z_1^*}, \frac{\partial g}{\partial z_2} \bigg|_{z_2^*}, \dots, \frac{\partial g}{\partial z_n} \bigg|_{z_n^*} \right)^T \quad (10.46)$$

则式(10.44)可表示为

$$\beta = \frac{-\mathbf{G}^{*T} \mathbf{Z}^*}{(\mathbf{G}^{*T} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (10.47)$$

对式(10.47)进行向量变换后得

$$\mathbf{Z}^* = \frac{-\mathbf{G}^* \beta}{(\mathbf{G}^{*T} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (10.48)$$

由式(10.48)可知, $\mathbf{Z}^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)^T$ 的各个分量可以表示为

$$z_i^* = -\alpha_i^* \beta \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (10.49)$$

其中

$$\alpha_i^* = \frac{\frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\mathbf{Z}^*}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \bigg|_{\mathbf{Z}^*} \right)^2} \quad (10.50)$$

式中: α_i^* 为在 \mathbf{Z} 空间中破坏面在点 $\mathbf{Z}^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)^T$ 处的方向导数。

同样在 \mathbf{Z} 空间中, 功能函数可以表示为

$$g(\mathbf{Z}) = 0 \quad (10.51)$$

综上所述, 计算可靠度指标 β 的步骤可具体化为寻找在状态边界面式(10.51)上的一个点 \mathbf{Z} , 该点满足式(10.48)和式(10.49), 而该两式中包含的 β 是通过式(10.44)确定的。

由前述可知, 在标准变量空间中, 可靠度指标 β 同时也是可能破坏点 Z^* 到原点的最大距离, 所以上述结论也可以通过下述条件极值问题求得, 即

在 $g=0$ 的条件下求 $d = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + \cdots + z_n^2}$ 的最小值。

10.4.2 随机变量统计相关情况

可靠度分析中, 对随机变量 $z_i (i=1, 2, \cdots, n)$ 是统计相关情况。通常把这些变量转换为一组统计上相互独立的标准化变量 $y_i (i=1, 2, \cdots, n)$, 它们之间的相关系数以协方差矩阵表示为

$$C_Z = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (10.52)$$

通过这一处理, 不相关变量 $Y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)^T$ 可以通过正交变换得到, 其公式为

$$Y = T^T Z \quad (10.53)$$

式中: T 为正交矩阵。

正交矩阵 T 的列向量为矩阵 C_Z 的特征矢量, 具体表述为

$$T^T C_Z T = \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (10.54)$$

式中: $\lambda_i (i=1, 2, \cdots, n)$ 为矩阵 C_Z 的特征值。

另外通过正交变换得到的相互独立的变量 $Y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)^T$ 的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} C_Y &= E(YY^T) = E(T^T Z Z^T T) \\ &= T^T E(Z Z^T) T = T^T C_Z T \\ &= \lambda \end{aligned} \quad (10.55)$$

通过式(10.53)的正交变换, 计算含有统计相关随机变量功能函数的可靠度指标 β 变为

$$\beta = \frac{-(G^*)_{Z^*}^T Z^*}{\left[(G^*)_{Z^*}^T C_Z (G^*)_{Z^*} \right]^{1/2}} \quad (10.56)$$

其中

$$(G^*)_{Z^*} = \left(\frac{\partial g}{\partial z_1} \Big|_{Z^*}, \frac{\partial g}{\partial z_2} \Big|_{Z^*}, \cdots, \frac{\partial g}{\partial z_n} \Big|_{Z^*} \right)^T \quad (10.57)$$

注意式(10.53), 则 $(G^*)_{Y^*} = \left(\frac{\partial g}{\partial y_1} \Big|_{Y^*}, \frac{\partial g}{\partial y_2} \Big|_{Y^*}, \cdots, \frac{\partial g}{\partial y_n} \Big|_{Y^*} \right)^T$ 可通过计算求得, 计算公式为

$$(G^*)_{Z^*} = T(G^*)_{Y^*} \quad (10.58)$$

把式(10.53)和式(10.58)代入式(10.56), 并注意到 T 为正交矩阵; 有 $T^T T = I$, 可得

$$\beta = \frac{-(G^{*T})_{Y^*} T^T T Y^*}{[(G^{*T})_{Y^*} T^T C_Z T (G^*)_{Y^*}]^{1/2}} = \frac{-(G^{*T})_{Y^*} Y^*}{[(G^{*T})_{Y^*} \lambda (G^*)_{Y^*}]^{1/2}} \quad (10.59)$$

由式(10.59)可得到破坏面上破坏点 $Y^* = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, 其值为

$$Y^* = \frac{-\lambda (G^*)_{Y^*} \beta}{[(G^{*T})_{Y^*} \lambda (G^*)_{Y^*}]^{1/2}} \quad (10.60)$$

由式(10.60)可知, $Y^* = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 的各个分量为

$$y_i^* = \alpha_{iY}^* \sqrt{\lambda_i} \beta \quad (10.61)$$

其中

$$\alpha_{iY}^* = \frac{\sqrt{\lambda_i} \left(\frac{\partial g}{\partial y_i} \right)_{Y^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\frac{\partial g}{\partial y_i} \right)_{Y^*}^2}} \quad (10.62)$$

式中: α_{iY}^* 为 Y 空间中破坏面在点 $Y^* = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 处的方向导数沿 y_i 轴的分量。

另外, 在 Y 空间功能函数变为

$$g(Y) = 0 \quad (10.63)$$

10.4.3 数值分析方法

根据以上论述, 可靠度分析计算中的一次二阶矩法可用数值分析的方法得到, 其具体算法表述如下(Ang and Tang, 1984):

(1) 定义 $g(X) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。假定初始的破坏点 $x_i^* (i=1, 2, \dots, n)$, 由式(10.34)计算折减变量 $z_i^* (i=1, 2, \dots, n)$, 如果随机变量 $x_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 统计相关, 由式(10.53)得到不相关的随机变量 $y_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 。

(2) 计算点 $z_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 处的 $\frac{\partial g}{\partial z_i} \big|_{Z^*}$ 及 α_i^* 值, 如果随机变量 $x_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 统计相关,

则需计算 $y_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 处的 $\frac{\partial g}{\partial y_i} \big|_{Y^*}$ 及 α_{iY}^* 值。

(3) 由式(10.49)得到 $z_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 或者由式(10.61)得到 $y_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 。

(4) 将 $z_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 代入式(10.44)或者将 $y_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 代入式(10.59)求解 β 。

(5) 用第 4 步求得的 β 值, 再通过式(10.49)和式(10.61)分别重新计算 $z_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 或者 $y_i^* (i=1, 2, \dots, n)$ 值。

(6) 重复第 2 至第 5 步直至收敛。

这种算法具有试凑的特点,但并不是总能保证收敛。以边坡稳定性分析为例,如果采用简化的毕肖普法或者 Morgenstern-Price 方法,计算的第一步是要寻找状态边界面上的一组随机变量,即粘聚力、摩擦角和孔压系数的组合,其抗滑稳定安全系数为 1.0,这一过程类似边坡工程中的反演分析,本身必须经过一系列迭代。而计算每一个滑面的可靠度指标 β ,则是第二个层次的迭代。如果寻找相应最小可靠度指标 β 的临界滑裂面,则又需增加第三层次的迭代。为了改进上述常规算法安全系数的收敛性问题以及提高一次二阶矩法的实用性,作者结合边坡稳定分析的具体情况,提出一个改进的算法,在 10.4.4 节中详细介绍。

10.4.4 改进FOSM方法

1. 基本原理及计算步骤

对于随机变量 x_i^* ($i=1,2,\dots,n$) 在统计上是彼此相关的还是相互独立的,改进方法的表述在概念上是一致的,为表述清楚,我们假定随机变量已按 10.4.2 节变成统计独立的情况。

实际在常规算法第(1)步中,初始值 y_i^* ($i=1,2,\dots,n$) 使得功能函数 $g(Y)$ 有一非零的 d 值。

$$g(Y) = g(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) = d \quad (10.64)$$

对于下一次迭代 Δy_i^* , 改进 FOSM 方法认为 $y_i^* + \Delta y_i^*$ 将位于破坏面上, 即

$$g(y_1^* + \Delta y_1^*, y_2^* + \Delta y_2^*, \dots, y_n^* + \Delta y_n^*) = 0 \quad (10.65)$$

将式(10.65)左边在点 y_i^* ($i=1,2,\dots,n$) 展成 Taylor 级数, 并忽略 Δy_i^* 二阶以上高阶小量得

$$g(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial y_i} \Big|_{Y^*} \Delta y_i^* = 0 \quad (10.66)$$

将式(10.66)减去式(10.64)得到

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial y_i} \Big|_{Y^*} \Delta y_i^* = -d \quad (10.67)$$

由式(10.61)可得

$$\Delta y_i^* = -y_i^* - (\alpha_{iY}^* + \Delta \alpha_{iY}^*) \sqrt{\lambda_i} (\beta + \Delta \beta) \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (10.68)$$

在式(10.68)中忽略 $\Delta \alpha_{iY}^*$ 后得到

$$\Delta y_i^* = -y_i^* - \alpha_{iY}^* \sqrt{\lambda_i} (\beta + \Delta \beta) \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (10.69)$$

将(10.69)式代入(10.67)式中, 得到 $\Delta \beta$:

$$\Delta \beta = \frac{d - \sum_{i=1}^n [(\alpha_{iY}^* \sqrt{\lambda_i} \beta + y_i^*) \frac{\partial g}{\partial y_i} \Big|_{Y^*}]}{\sum_{i=1}^n [\alpha_{iY}^* \sqrt{\lambda_i} \frac{\partial g}{\partial y_i} \Big|_{Y^*}]} \quad (10.70)$$

根据以上公式推导, 改进 FOSM 方法具体包含以下步骤:

(1) 定义 $g(X) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，假定初始的破坏点 $x_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ ，由式(10.34)计算折减变量 $z_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ ，如果随机变量 $x_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 统计相关，由式(10.53)得到不相关的随机变量 $y_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ ，并确定 β 值的初始迭代值。

(2) 将 $y_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 代入(10.64)得到 d 。

(3) 计算点 $z_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 处的 $\frac{\partial g}{\partial z_i} |_{z^*}$ 及 α_i^* 值，如果随机变量 $x_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 统计相关，则需计算 $y_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 处的 $\frac{\partial g}{\partial y_i} |_{y^*}$ 及 α_{iy}^* 值。

(4) 由式(10.70)得到 $\Delta\beta$ ，把 $\beta + \Delta\beta$ 作为 β 的下一次迭代值。

(5) 利用第 4 步求得的 β 值，再通过式(10.49)和式(10.61)分别重新计算 $z_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 或者 $y_i^* (i = 1, 2, \dots, n)$ 值，作为下步迭代的初始值。

(6) 重复第 2 步到第 5 步直到满足以下的收敛准则：

$$\Delta\beta < \varepsilon_\beta \tag{10.71}$$

$$d < \varepsilon_d \tag{10.72}$$

式中： ε_β 和 ε_d 为允许误差。

注意到在上述推导过程中，忽略了式(10.68)中的 $\Delta\alpha_{iy}^*$ 项，这一简化使问题求解简单，而且仅仅构成操作误差，不会影响最终收敛结果。

作者在开发边坡稳定可靠度分析程序时对本节介绍的算法进行了实际考核，发现其收敛性极佳，现以下面一个例子来说明。

2. 解释改进的 FOMS 法的算例 1

[例 10.2] 固定圆弧滑裂面算例。

该算例为一具有固定圆弧滑裂面土坡的例子，参见 11.4 节中 ACADS 例题 1(c)。该边坡共包含 3 层土层。边坡剖面如图 10.10 所示。

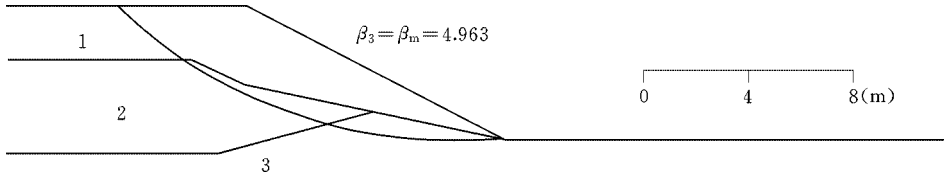


图 10.10 解释 FOMS 法计算过程算例

在可靠度分析中，将第一层土的粘聚力 c 作为确定性变量，摩擦系数 f (或内摩擦角 ϕ) 作为随机变量，而第二、三层土的 c 和 f 全部作为随机变量，且第二、三层土的 c 和 f 统计相关。各土层材料的物理、强度参数以及随机变量的有关参数详见表 10.10。

表 10.10 随机变量和材料的物理参数表 ([例 10.2])

土层编号	粘聚力 c (kPa)		摩擦系数 $f = \tan\phi$		相关系数	容重 γ (kN/m ³)
	均值	标准差	均值	标准差		
1	0	0	0.781	0.1	0	19.5
2	5.3	0.7	0.424	0.05	0.1	19.5
3	7.2	0.2	0.364	0.05	0.3	19.5

根据表 10.10 可知, 反映相关系数的矩阵为

$$C_Z = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0.3 & 1 \end{bmatrix} \quad (10.73)$$

采用线性代数方法, 可得式(10.53)中的 T 为

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.707 & 0 & -0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.707 \end{bmatrix} \quad (10.74)$$

C_z 的特征值为

$$(\lambda) = (0.836, 0.949, 1.0, 1.049, 1.140) \quad (10.75)$$

这样, 相应任意一套自变量向量 X 的 Y 向量即可通过式(10.53)求得。在可靠度分析中首先考虑一固定圆弧滑裂面的情况, 在利用改进 FOSM 法分析圆弧滑面的边坡稳定性过程中, 随机变量 c 和 $f = \tan\phi$ 及孔隙水压力系数 r_u 的初始迭代值通过下面两个步骤来选取:

- 1) 用 c 和 f 的均值求出相应的安全系数 F ;
- 2) 在安全系数 F 与 1 差值较大情况下, 将 c/F 、 f/F 分别作为 c 、 f 的初始迭代值。

经验表明, 安全系数 F 与 c 和 f 近似呈线性关系, 调整后的初始值给出的 F 等于 1, 因此使迭代从破坏面附近开始, 最终很快逼近收敛解, 其计算迭代过程及结果见表 10.11。

作为迭代的第一步, 将表 10.10 所示的各参数的均值输入程序, 获得相应的安全系数为 1.542。于是, 将各土层的 f 和 c 除 1.542, 获得一个处于状态边界面 (即 $F=1$) 的自变量向量; 即表 10.11 第 4 列中的参数(0.506, 3.437, ..., 0.236)。相应第一次迭代这一特定迭代步, $d=0$ 。相应的 Y 向量即为表 10.11 第 5 列所列值。根据可靠度指标 β 为原点和状态边界面的垂直距离的定义, 我们得到的第一个 β 的近似值:

$$\beta_0 = \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2} = 13.79$$

在该点上的数值列于表 10.11 第 7 列。这样, 就有条件通过(10.62)确定 α_{iY} 值。通过式(10.70)确定 $\Delta\beta$, 其值为 -8.786。因此, 经过第一次迭代后, 获得了一个新的 β , 即

$$\beta_1 = 13.78 - 8.786 = 5.003$$

表 10.11 采用改进 FOSM 法计算过程及计算结果 ([例 10.2])

迭代 次数	土层 编号	随 机 变量X	Y	$\partial g/\partial y$	Δy	β	$\Delta\beta$	d
1	1	f	0.506	7.138	4.399	-8.563	$\beta_0=13.79$ $\beta_1=5.003$	$d_0=0.000$
	2	c	3.437	-0.221	4.895	-1.817		
		f	0.275	-2.744	1.775	1.924		
	3	c	4.669	-3.985	6.492	0.682		
2		f	0.236	-10.758	4.992	7.757	$\beta_1=5.003$ $\beta_2=4.963$	-4.02×10^{-2} $d_1=-4.1\times 10^{-3}$
	1	f	0.699	-1.424	4.447	0.023		
	2	c	4.674	-2.038	5.068	-0.015		
		f	0.235	-0.820	1.450	0.167		
3	3	c	6.977	-3.303	6.701	-0.015	$\beta_3=\beta_m=4.963$	-1.76×10^{-4} $d_2=-1.8\times 10^{-5}$
		f	0.208	-3.001	5.045	0.049		
	1	f	0.716	-1.401	4.449	1.50×10^{-3}		
	2	c	4.674	-2.053	5.082	-2.46×10^{-3}		
		f	0.234	-0.065	1.431	9.48×10^{-3}	$\beta_3=\beta_m=4.963$	-1.76×10^{-4} $d_2=-1.8\times 10^{-5}$
	3	c	6.981	-3.319	6.718	-3.19×10^{-3}		
		f	0.210	-2.952	5.047	3.08×10^{-3}		

现在进入第二次迭代,使用式(10.49)和式(10.61),获得一套新的自变量,如表 10.11 第 2 次迭代的第 4 列,即 $Z=(0.699, 4.674, \dots, 0.208)^T$ 。使用这一套参数获得的安全系数是 0.9958。也就是说,经过第一步迭代更新后的自变量已偏离状态边界面,式(10.64)中的 d 为 -4.1×10^{-3} ,重复这一套迭代步骤,第二次迭代获得的 $\Delta\beta=-4.02\times 10^{-2}$, β_2 为 4.963,当迭代进入第 3 步时, d 即收敛到 -1.8×10^{-5} ,最终获得的 β 值为 4.963。

3. 解释 FOMS 法的算例 2

[例 10.3] 用 FOSM 法计算[例 10.1]。

用改进的 FOSM 法对[例 10.1]重新进行计算,对应 c 、 f 的均值得到的安全系数为 1.107。经过二次迭代,该非线性问题即收敛。迭代终止时, $\Delta\beta$ 从 -0.22 变为 -2.817632×10^{-6} , d 从 4.988 变为 -2.38×10^{-7} ,并且两个 Δy 都小于 10^{-5} 。可靠度指标 β 由 1.495 收敛为 1.277。

10.4.5 Rosenbleuth方法

1. 基本原理

上述介绍的可靠度指标计算方法中, Monte Carlo 法包含了数目极大的随机采样; FOSM 法则需要通过多次迭代求解。因此,这两种方法在实际工程应用中均比较困难。Rosenbleuth 于 1975 年提出通过点估计的方式来计算岩土工程中的可靠度指标 β , 后来许多学者和研究人员(Chowdhury, 1984; Li, 1992)都讨论了这一方法在岩土工程问题中的应用。作者在边坡稳定分析领域实际应用此法时发现这一十分简单的计算方法所得到的可靠度指标与前述两个方法惊人地吻合,因此,该方法可成为一种实用的可靠度指标计算方法。

Rosenbleuth 法要求在某几个点上估计功能函数的值, 根据这些数据即可通过简单的计算公式确定可靠度指标。这些点是根据一定的原则由随机变量的均值以及标准差生成的。

下面以包含三个随机变量的功能函数为例说明 Rosenbleuth 法的计算过程。

定义功能函数为 $g(x_1, x_2, x_3)$, 则它的一、二阶矩阵 $E(g)$ 和 $E(g^2)$ 的计算公式为

$$E(g) \approx P_{+++}g_{+++} + P_{++-}g_{++-} + P_{+-+}g_{+-+} + \cdots \quad (10.76)$$

$$E(g^2) \approx P_{+++}g_{+++}^2 + P_{++-}g_{++-}^2 + P_{+-+}g_{+-+}^2 + \cdots \quad (10.77)$$

式中: g 为随机变量 x_1, x_2, x_3 的目标函数 (功能函数)。

式(10.76)和式(10.77)的右边分别包含了 8 项, g 和 P 的下标及正负号分别定义为

$$g_{+++} = g(\mu_{x_1} + \sigma_{x_1}, \mu_{x_2} + \sigma_{x_2}, \mu_{x_3} + \sigma_{x_3}) \quad (10.78)$$

$$g_{++-} = g(\mu_{x_1} + \sigma_{x_1}, \mu_{x_2} + \sigma_{x_2}, \mu_{x_3} - \sigma_{x_3}) \quad (10.79)$$

$$g_{+-+} = g(\mu_{x_1} + \sigma_{x_1}, \mu_{x_2} - \sigma_{x_2}, \mu_{x_3} + \sigma_{x_3}) \quad (10.80)$$

$$P_{+++} = (1 + \rho_{12} + \rho_{23} + \rho_{31})/8 \quad (10.81)$$

$$P_{++-} = (1 + \rho_{12} + \rho_{23} - \rho_{31})/8 \quad (10.82)$$

$$P_{+-+} = (1 + \rho_{12} - \rho_{23} + \rho_{31})/8 \quad (10.83)$$

式中: ρ_{ij} 为随机变量 x_i 与 x_j 的相关系数。

根据式(10.76)和式(10.77), Rosenbleuth 法的可靠度指标 β 计算公式为

$$\beta = \frac{E(g)}{\sqrt{E(g^2) - E(g)^2}} \quad (10.84)$$

2. 符号集的结构

式(10.76)和式(10.77)中 P 和 g 的下标符号集可以从下面矩阵 A 中获得, 即

$$A = \begin{vmatrix} + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & + & - & + & - & + & - \end{vmatrix} \quad (10.85)$$

矩阵 A 中第 1 列代表式(10.76)和式(10.77)中右边第一项的下标符号, 如此类推。式(10.76)和式(10.77)右边第 n 项由列阵 A 中第 n 列来表示。通常矩阵 A 是一行接一行地生成, 第一行包括两组符号组, 第一组称为正号组, 有四个“+”号; 第二组称为负号组, 含有四个“-”号。第二行含有四组符号组, 每组符号数目减少为 2, 正负符号组交替出现。

一般情况下, 在式(10.76)和式(10.77)的右边分别有 2^n 项 (其中 n 为功能函数包含的随机变量的个数), 每一项均含一个 g 和 P 值。带“+”号和“-”号下标的 g 的 n 个自变量分别取值为 $\mu_{x_i} + \text{sign}_i \cdot \sigma_{x_i}$ ($i=1, 2, \dots, n$)。其中 sign_i 代表第 i 个自变量所取的符号值。如果 g 的下标中第 i 个为“+”, 则为 1; 反之, 为“-1”。

带有“+”和“-”的 P 计算公式为

$$P = \frac{[1.0 + \xi \sum_{j=1}^n \text{sign}(j+1)\text{sign}(j)\rho_{j,j+1}]}{2^n} \quad (10.86)$$

式中: 当 $j+1=n+1$ 时, $j+1$ 被 1 代替; ξ 定义为: 当 $n=2$, $\xi=0.5$; 当 $n \neq 2$, $\xi=1$ 。

一般情况下, 对于具有 n 个变量的功能函数, P 和 g 的下标符号集可用矩阵 B 表示为

$$B = \begin{bmatrix} + & + & \dots & + & + & \dots & + & + & \dots & + & + & - & - & \dots & - & - & \dots & - & - & \dots & - & - \\ + & + & \dots & + & + & \dots & - & - & \dots & - & - & + & + & \dots & + & + & \dots & - & - & \dots & - & - \\ \dots & \dots & \\ + & - & + & - & & & & & & + & - & + & - & & & & & + & - & \dots & + & - \end{bmatrix}$$

其结构形式可以用下面的表 10.12 的形式来描述,

表 10.12 Rosenbleuth 法变量符号排列矩阵

行	符号组				符号组数
1	2^{n-1} 个 “+” 号		2^{n-1} 个 “-” 号		2^1
2	2^{n-2} 个 “+” 号	2^{n-2} 个 “-” 号	2^{n-2} 个 “+” 号	2^{n-2} 个 “-” 号	2^2
...					
n	+	-	+	-	2^n

3. 由二进制整数数表达的结构

Rosenbleuth 方法的计算过程虽然十分简单,但生成如表 10.12 所示规则的符号系统并非易事。这一套符号集的矩阵 B 必须在执行 Rosenbleuth 方法之前生成。在计算未结束时,存放矩阵 B 的数组就不能消去。如果功能函数包含的随机变量的数目 n 较大,则需要很大的内存空间来存贮该矩阵。例如,当 $n=15$ 时,则需要容量为 $2^{15} \times 15/2$ 的内存,从而使计算效率降低。如果矩阵 B 也能按列生成,则每个 g 和 P 可以同时进行计算,那么内存里的信息以后不再使用,即可以删除。在开发 STAB95 程序过程中,作者的合作者闫继军发现,利用计算机提供的整数数的二进制表达功能,按列生成矩阵 B 的问题就很容易得到解决。

重新考察矩阵 B 各列,如果 “+” 代表 0,“-” 代表 1,那么矩阵第一列代表整数数 0 的二进制表达,第二列代表整数数 1 的二进制表达,以此类推。因此,这 2^n 列只不过意味着生成整数数 $0,1,2,3,\dots,2^n-1$ 的二进制形式。大多数计算机编译器提供了用二进制表达整数数的函数。在 Fortran 语言中的内部函数 BTEST(I,J)就能揭示出整型数 i 第 j 个字节是 0 还是 1。运用此函数,就可以编写一个服务于 Rosenbleuth 方法的短小的子程序,见附录。下面用一个实例说明。

4. 解释 Rosenbleuth 法的算例。

[例 10.4] 采用 Rosenbleuth 法计算[例 10.1]

对于[例 10.1],采用 Rosenbleuth 法计算其可靠度指标。表 10.13 给出了 Rosenbleuth 法的计算过程,其中第二列给出了按照上述方法产生的符号矩阵得到的强度参数;第三列给出了相应的安全系数。对于只有两个随机变量的情况,Rosenbleuth 法只需 4 次采样,就可计算得到相应的可靠度指标值。

表 10.14 汇总了利用蒙特卡洛法、改进的 FOSM 法及 Rosenbleuth 法对同一例题,即[例 10.1]、[例 10.3]和[例 10.4]进行计算的结果。可以发现这三种方法得到的可靠度指标非常接近。

表 10.13 包含两变量的 Rosenbleuth 法计算过程 ([例 10.4])

计算次数	$c = \mu_c \pm \sigma_c$ $f = \mu_f \pm \sigma_f$	安全系数 F	$P_i g_i$	$P_i g_i^2$	计算结果
$i=1$	$c = \mu_c + \sigma_c = 3.3$ $f = \mu_f + \sigma_f = 0.386$	1.2018	0.3000	0.3611	$F = 1.10264$ $E(F) = 1.106$
$i=2$	$c = \mu_c + \sigma_c = 3.3$ $f = \mu_f - \sigma_f = 0.326$	1.0369	0.2592	0.2688	$E(F^2) = 1.232$ $E(F^2) - E^2(F) =$
$i=3$	$c = \mu_c - \sigma_c = 2.7$ $f = \mu_f + \sigma_f = 0.386$	1.1763	0.2940	0.3459	6.97×10^{-3} $\beta = 1.277$
$i=4$	$c = \mu_c - \sigma_c = 2.7$ $f = \mu_f - \sigma_f = 0.326$	1.0113	0.2528	0.2557	

注 功能函数 $g = F - 1$ 。

表 10.14 不同方法对[例 10.1]进行可靠性分析的结果

方法	可靠指标
Monte Carlo	$\mu_F = 1.106$; $\sigma_F = 0.084$; $\beta = 1.256$
FOSM	$\beta = 1.277$
Rosenbleuth	$\mu_F = 1.107$; $\sigma_F = 0.083$; $\beta = 1.277$

10.5 自动搜索最小 β 值

10.5.1 搜索最小可靠度指标 β 的方法

与确定性方法中所用的分析过程类似, 边坡稳定可靠度分析通常包括以下两个步骤 (Tabba, 1984; Hassan, et al., 1999):

- 1) 对于一指定滑面求 β ;
- 2) 在所有可能的滑面中, 用最优化方法寻找一个所谓临界滑面, 其 β 为最小值 β_m 。

一些研究者将由确定性模型获得的临界滑裂面相应的可靠度指标作为边坡最小可靠度指标, 作者曾就此问题作过讨论, 指出两者不可能获得相同的结论。可靠度分析的目的是找到失效概率最大的滑裂面以及相应的 β 值。

在实际使用中发现, 第 4 章介绍的计算最小安全系数的各种最优化方法, 全部可以用来计算最小可靠度指标。唯一需要改动的是目标函数, 此时不再是 F , 而是 β 。

10.5.2 自动搜索最小 β 值算例

[例 10.5] 对[例 10.2]自动搜索最小 β 值。

该算例进行临界圆弧滑裂面搜索。设圆弧滑面都具有同样的深度 $D_s = 25\text{m}$, 改变圆心坐标 (x_c, y_c) 对 β 值进行优化。图 10.11 比较了二维情况下的 β 等值线图。 x 、 y 轴分别代表 x_c 、 y_c 。

由图 10.11 可以发现改进 FOSM 法和 Rosenbleuth 法给出的 β 等值线图在形状和位置上十分接近。这表明无论是改进 FOSM 法还是 Rosenbleuth 法都能合理和准确地得到边坡稳定的最小可靠度指标。在计算中还发现在用最优化方法搜索边坡临界滑面的过程中, 以最小可靠度指标为目标函数的搜索方法与以最小安全系数为目标函数的搜索方法一样是切实可行的。

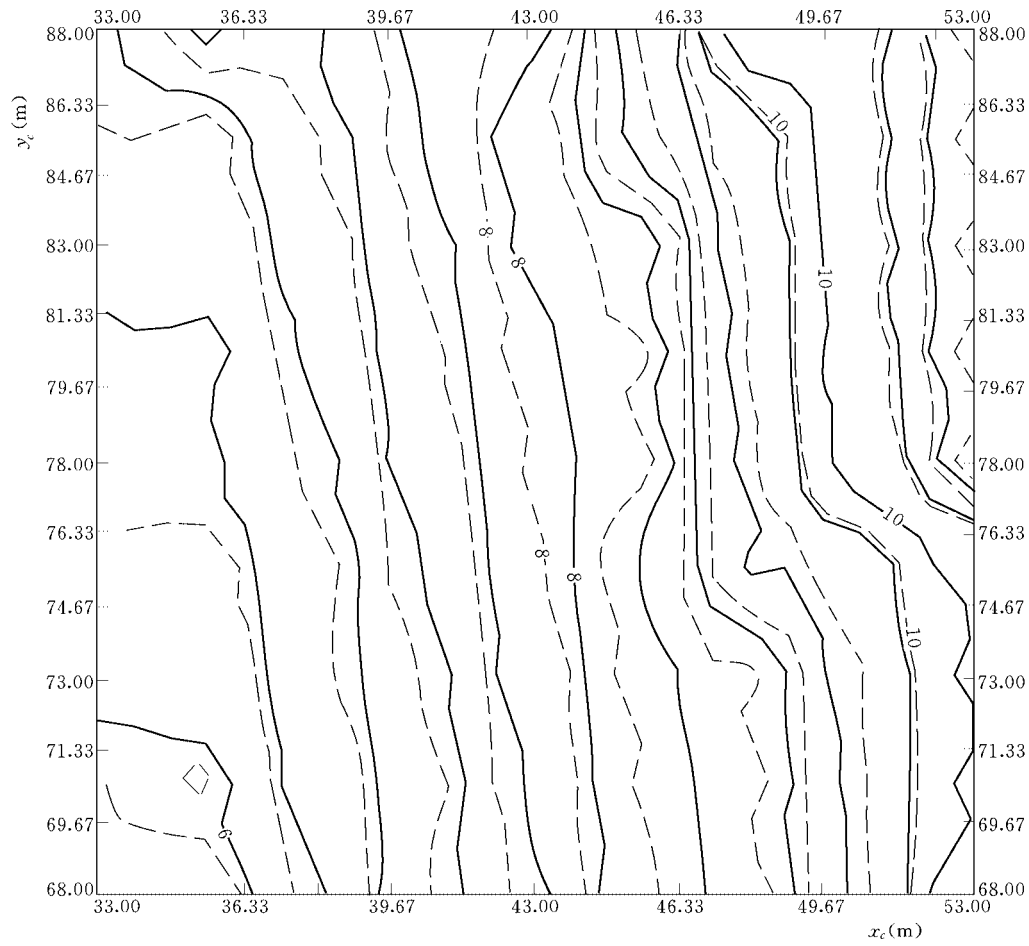


图 10.11 可靠度指标的等值线图 ([例 10.5])

注 虚线为 Rosenbluth 法; 实线为改进 FOSM 法

10.6 岩土材料的变异特征和统计参数

10.6.1 数理统计的方法

岩土材料的物理力学特性指标存在着变异特征。在大量的采样和试验基础上, 可以应用数理统计的方法, 确定其概型和均值方差。有关方法在很多的教科书中均有介绍。

1. 矩法

采用矩法对三轴和直剪资料分别整理, 也就是说, 对 n 组 c 和 $f=\tan\phi$ 或 ϕ 的成果, 分别按下式计算其均值和标准值:

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{10.87}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \tag{10.88}$$

式中: x 为 c 或 $\tan\phi$ 。

“建筑地基基础设计规范”规定, 样本数量 n 的修正系数的计算公式为

$$\psi = 1 - \left(\frac{1.740}{\sqrt{n}} \right) + \left(\frac{4.678}{n^2} \right) \eta_x \quad (10.89)$$

式中: η_x 为随机变量 x 的变异系数, 即 $\eta_x = \sigma_x / \mu_x$ 。

修正后的 μ_x 为

$$\mu'_x = \psi \mu_x \quad (10.90)$$

2. 一次线性回归

在边坡稳定分析中, 材料的强度指标 c 和 $f = \tan\phi$ 是最重要的参数。根据试验数据确定 c 和 f 的均值、方差以及协方差的是最基本的途径。但是如果将一种土的若干组(设组数为 m) 试验的 c 和 f 直接进行统计, 导致的误差可能比较大。因为对每一组土样的若干个法向应力级(设分 n 级) 相应的剪应力进行线性回归获得 c 和 f 时, 本身包含一个层次的误差。对 m 组 c 和 f 进行线性回归, 获得其均值和方差时, 再出现一个新的层次的误差。通常对一种土不可能进行很多组试验, 即 m 值较小, 较难获得真正具有统计意义的成果。

将各组试验的点放在同一个坐标系中进行线性回归的方法, 如第 5 章中的图 5.5 所示, 显然要好得多。将 m 个试样的成果放在一起, 总共可以有 $m \times n$ 个数据点, 不仅解决了试验样本的数量问题, 而且消除了每组试验获得的 c 和 f 本身包含的误差。

图 10.12 为小浪底水利工程 72 组上坝心墙料数据进行线性回归的成果; 图 10.13 是陕西省关中平原灌区 6 个高度超过 10m 的均质坝坝料线性回归成果。这两个实例说明只要进行系统的三轴试验, 都有条件进行线性回归, 能够得到符合实际情况的可靠度指标的均值。当强度试验采用直剪试验时, 统计分析的横坐标为法向应力 σ , 纵坐标为抗剪强度 τ 。如果采用三轴试验, 则需要在假定一个 ϕ 的基础上, 将三轴资料换算成与小主应力夹角为 $45^\circ + \phi/2$ 面上的 σ 和 τ 。另一种方案是纵、横坐标为 $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 和 $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$, 如第 5 章图 5.5 示。

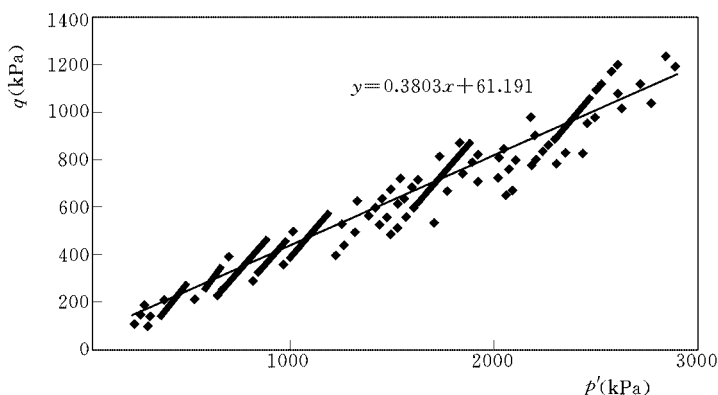


图 10.12 小浪底上坝土料统计参数线性回归成果

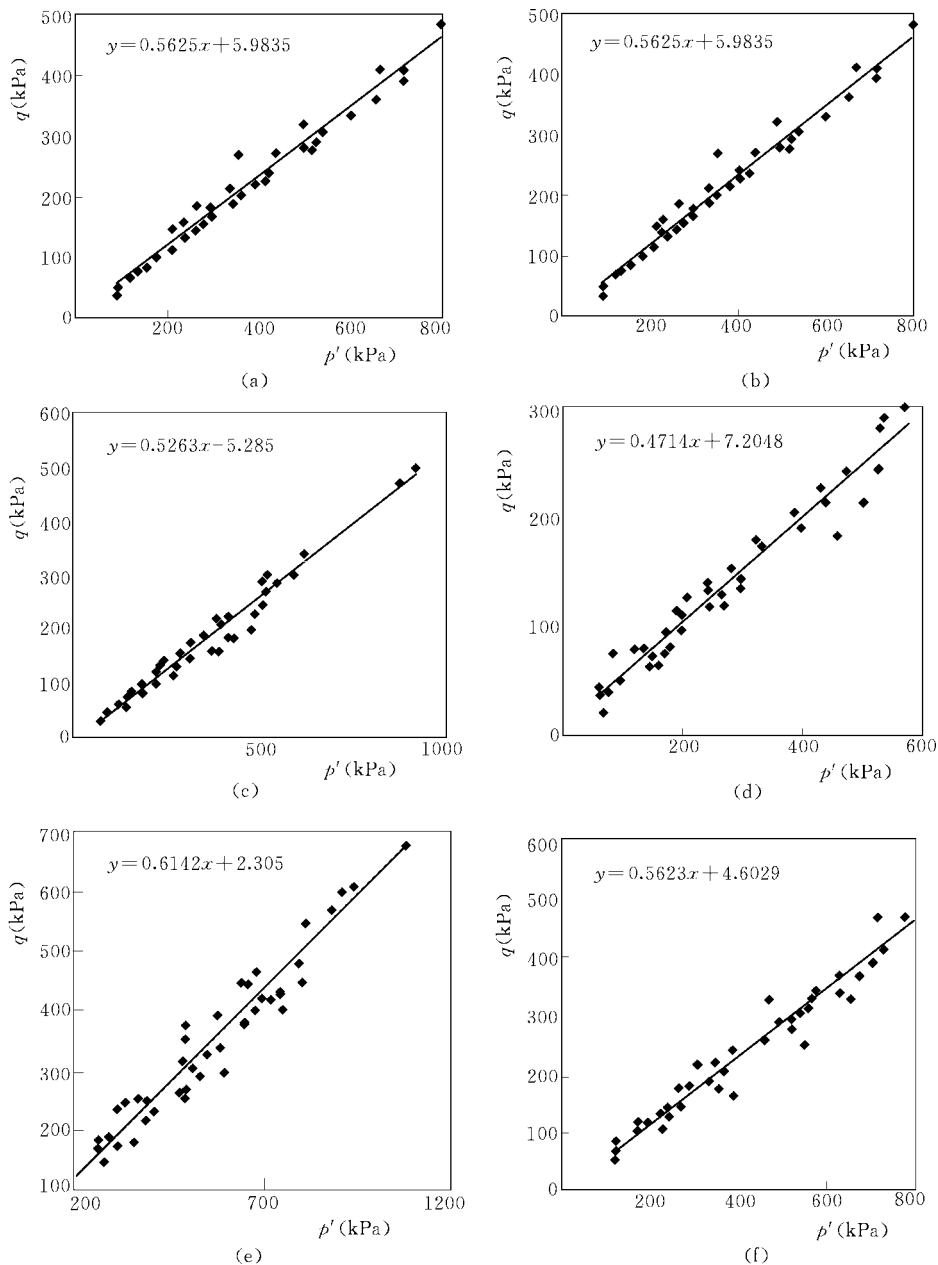


图 10.13 陕西省关中平原灌区坝料统计参数线性回归成果

(a) 王家崖; (b) 石堡川; (c) 信邑沟; (d) 泔河; (e) 大北沟; (f) 桃曲坡

上述两种方案在确定性模型中是适用的,但是问题涉及到统计分析领域时,那就存在纵、横坐标这两个变量本身是相关的这一问题。

为了克服这一理论缺陷, Lumb(1966,1970)建议将 σ_1 和 σ_3 作为纵、横坐标。由于 σ_1 和 σ_3 与 c 和 ϕ 存在以下关系,即

$$\sigma_1 = 2c \tan(\pi/4 + \phi/2) + \sigma_3 \tan^2(\pi/4 + \phi/2) \quad (10.91)$$

如果通过线性回归获得了 σ_1 和 σ_3 坐标系上的截距 A 和斜率 B ,则可通过下面两式获得 c 和 ϕ 值,即

$$A = 2c \tan(\pi/4 + \phi/2) \quad (10.92)$$

$$B = \tan^2(\pi/4 + \phi/2) \quad (10.93)$$

对于 n 组 (x_i, y_i) 的试验数据,采用一次线性回归,回归方程为

$$y_i = A + Bx_i + e_i \quad (10.94)$$

式中: e_i 为一个均值为零,标准差为 s_0 的正态随机变量。

A 和 B 的系数可由下式决定,即

$$A = y_m - Bx_m \quad (10.95)$$

$$B = \frac{\sum x_i y_i - nx_m y_m}{\sum x_i^2 - nx_m^2} \quad (10.96)$$

式中: x_m 和 y_m 为 x_i 和 y_i 的均值。

s_0 和 A, B 的标准差 s_A, s_B 为

$$s_0^2 = \frac{\sum y_i^2 - ny_m^2 - B(\sum x_i y_i - nx_m y_m)}{n - 2} \quad (10.97)$$

$$s_A^2 = \frac{S_0^2}{n} \left\{ 1 + \frac{x_m^2}{\sum x_i^2 - nx_m^2} \right\} \quad (10.98)$$

$$s_B^2 = \frac{S_0^2}{\sum x_i^2 - nx_m^2} \quad (10.99)$$

这里,假定 A 和 B 为独立的变量。因此协方差 s_{AB} 为零。

如果 x_i, y_i 分别代表直剪试验中的 σ 和 τ ,那么 A 和 B 分别是 c 和 f 。如果 x_i 和 y_i 为 σ_3 和 σ_1 ,那么,需要通过式(10.92)和式(10.93)来转化成 c 和 f 。下面,根据这一实际需要介绍一个很有用的转化公式(Lumb, 1970)。

设 $z = f(x, y)$,那么,在知道 x 和 y 的均值 x_m 和 y_m 以及方差 s_x^2, s_y^2, s_{xy} 情况下, z 的均值和标准差可按下式确定,即

$$z_m = f(x_m, y_m) + s_{xy} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right] + \frac{1}{2} \left\{ s_x^2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right] + s_y^2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right] \right\} + \text{三次高阶量} \quad (10.100)$$

$$s_z^2 = s_x^2 \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]^2 + s_y^2 \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right]^2 + 2s_{xy} \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right] \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] + \text{三次高阶量} \quad (10.101)$$

式中:方括弧项代表括号内的变量在 (x_m, y_m) 处的数值。

根据这一方法来确定 A, B 和 c, f 之间的统计参数的变化可按下面步骤确定:

1) 根据式(10.93), f 的均值为

$$f_m = \tan(2 \arctan \sqrt{B} - \pi / 2) \quad (10.102)$$

2) 根据式(10.96)和式(10.99), 略去高阶小量, f 的标准差为

$$s_f^2 = s_B^2 \frac{(1 + f_m^2)^2}{B(1 + B)^2} \quad (10.103)$$

3) 根据式(10.95)和式(10.98), c 的均值和标准差分别为

$$c_m = \frac{A}{2\sqrt{B}} \quad (10.104)$$

$$s_c^2 = c_m^2 \left(\frac{s_A^2}{A^2} - \frac{s_B^2}{4B^2} \right) \quad (10.105)$$

利用上述一次线性回归确定统计参数变异特性的方法目前使用还不广泛, 尚存在一些问题需通过进一步的探讨予以解决。同时, 由于 x_i 数值较小时, 相应的试验值 y_i 偏离回归方程的绝对值较 x_i 较大时的相应值小, 故 Lumb (1970) 还提出了一个对试验值进行加权处理的方案, 详见原文。

10.6.2 确定材料变异特性指标的经验方法

根据岩土材料试验资料整理统计参数, 经常受到以下因素的制约。

(1) 土工试验的组数, 特别是有关抗剪强度、渗透系数之类的试验, 通常不可能太多, 从统计意义来说, 样本数量远不能满足要求。

(2) 复杂的土工试验本身包含有误差, 例如, 在第 5 章 中讨论了影响三轴和直剪试验成果的诸多因素(这里还没有包括试样扰动这一重要的因素), 因此, 直接使用这些试验成果往往会获得不完全反映实际情况的较大的变异系数。

因此, 在确定材料变异特性时, 引入一些其它的分析方法, 通过综合分析, 最终确定统计参数, 是十分有益的。下面介绍两种方法。

1. “3σ法则”

这一经验法则首先由 Dai 和 Wang (1992) 提出。他们注意到, 对于一个具有正态分布的参数, 99.73% 的数据落于 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 区间。因此, 可以理解 $\mu - 3\sigma$ 和 $\mu + 3\sigma$ 分别为该参数的最大可能值(HCV)和最小可能值(LCV)。反过来说, 如果没有足够的试验数据来进行某一参数的变异特性的数理统计分析, 那么, 可以根据经验, 首先确定该参数最小和最大可能值, 然后根据下式确定该参数的标准差, 即

$$\sigma = \frac{HCV - LCV}{6} \quad (10.106)$$

使用这一法则, 有可能在数据较少时, 根据经验来确定标准差。同时, 在通过其它途径确定了标准差后, 这一法则也可作为判别成果合理性的一个依据。

图 10.14 为使用图解法进行现场不排水剪试验成果用“3σ法则”整理的例子。首先画出代表平均值的直线曲线, 然而再画出相应最大可能和最小可能数值的曲线。注意个别点落在此两线外, 这些点被认为是错误的的数据。

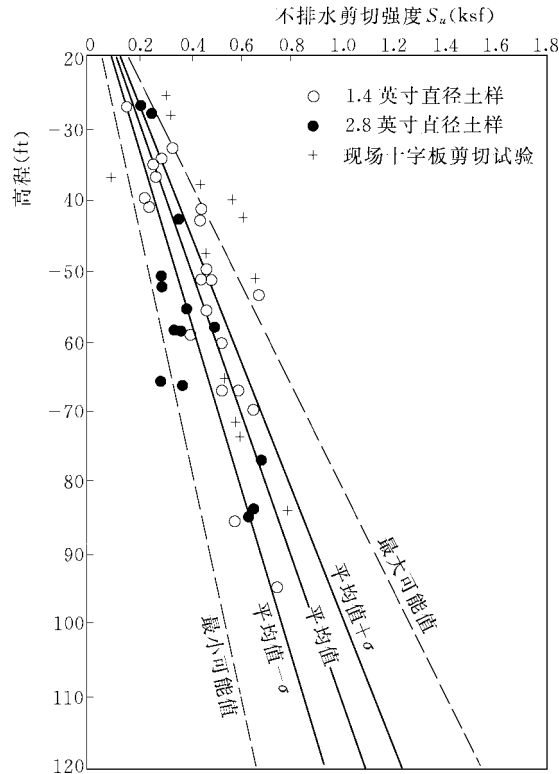
图 10.14 图解法进行现场不排水剪试验成果用“3 σ 法则”整理的例子

表 10.15 和表 10.16 为根据经验总结的各项土工参数的变异特征。

表 10.15 常用土工指标变异系数参考值(Duncan, 2000)

属性或现场试验数据	变异系数 V (%)	数据来源
容重, γ	3–7	Harr (1984), Kulhawy (1992)
浮容重, γ_b	0–10	Lacasse & Nadim (1997), Duncan (2000)*
有效应力摩擦角, ϕ'	2–13	Harr (1984), Kulhawy (1992)
不排水剪切强度, S_u	13–40	Harr (1984), Kulhawy (1992), Lacasse & Nadim (1997), Duncan (2000)*
不排水强度比, S_u/σ'_v	5–15	Lacasse & Nadim (1997), Duncan (2000)*
压缩指数, C_c	10–37	Lacasse & Nadim (1997), Duncan (2000)*
先期固结压力, P_p	10–35	Lacasse & Nadim (1997), Duncan (2000)*
饱和粘土的渗透系数, k	68–90	Harr (1984), Duncan (2000)*
部分饱和粘土的渗透系数, k	130–240	Harr (1984), Benson et al. (1999)
固结系数, c_v	33–68	Duncan (2000)*
标贯试验击数, N	15–45	Harr (1984), Kulhawy (1992)
电子触探试验, q_c	5–15	Kulhawy (1992)
机械触探试验, q_c	15–37	Harr (1984), Kulhawy (1992)
膨胀试验端阻力, q_{DMT}	5–15	Kulhawy (1992)
十字板剪切试验不排水强度, S_v	10–20	Kulhawy (1992)

* 参考文献见Duncan (2000) 原文。

表 10.16 从诸文献中总结的土的各种特性指标的变异系数 COV (Chowdhury, 1982)

材料	特性指标	COV(%)	材料	特性指标	COV(%)
粘土	液限	5.9	砂粘土	$\text{Log}(C_c)$	34.2
	塑限	4±	粉细砂	F	13.8
	粘粒含量	11.4	淤泥	f	14.8
	比重	0.5±		c	31.6
	干密度	26.4		c	25.9
页岩粘土	粘聚力, DS	94.8	松, 渥太华砂	ϕ	14
	摩擦系数, 直剪	45.6	密, 渥太华砂	ϕ	12.5
粘性冰碛土	c , DS	103.3	淤泥(不饱和)	c	51
	f , DS	17.7		ϕ	22
“不扰动”土	C , 三轴	13.5		S_U	19
	F , 三轴	1.6	淤泥(饱和)	c	55
	C , CU	19.9		ϕ	29
	F , CU	9.8		s	20
	C , UU	18.8	淤泥	c	64
	F , UU	22.3	CH	C , 三轴, UU	15
				ϕ , UU	56
填筑土	C , D	24.0	CL	c , UU	22
	F , D	2.1		ϕ , UU	19
	C , CD	26.9	ML	c , UU	71
	F , CD	6.8		ϕ , UU	12
	c , UU	25.5	CH	c , DS	63
	f , UU	5.4		ϕ , DS	10.4
多种冰碛土		14.8	CL	c , DS	3
		14.7	ML	c , DS	2.5
	UU	31.0	路基	吸力	24.2
		19.8		吸力	23.2
		29.0	16个粘土	LL	6.37
粉砂	e_0	21.6	平均值	PL	9.55
	n	89.4	路基粗粒土	CBR	17.4
砂砾	e_0	29		密度	3.9
	n	16		PI	75.0
粗砂	n	9.8		S_U	36.8
	e_0	16	塑性粘土	压缩比	17%~38%
中砂	n	10	细砂	f	5~13
	e_0	17.5	砂砾	f	5
细砂	e_0	13.3	粗砂	f	8~14
海洋粘土	c	18.4			
伦敦粘土	c	16.2			

2. 用基本力学参数相关所研究的变量

在土工试验中, 颗分曲线、塑限、液限、塑性指数和孔隙率这些参数可以大量取样, 同时, 这些试验受到的外界干扰因素较少, 数据本身的可信度较高。因此, 使用这些参数研究相关渗透系数、强度指标这样一些样本数量较少、试验本身包含误差因素大的参数, 不失为一种有效的辅助手段。现将作者在研究沟后水库大坝时所作的一些工作介绍如下。

(1) 对砂砾石的渗透系数的相关分析。填筑砂砾石的渗透系数是一个随机变量。它和砂砾石的颗粒级配和压实度有关。刘杰(1994)曾详细讨论确定渗透系数 K 的各种经验公式, 提出以下经验公式, 即

$$K_{10} = 234n^3 d_{20}^2 \quad (10.107)$$

式中: K 为渗透系数, 单位以 cm/s 计; K 的下标为相应的温度; n 为坝体材料的孔隙率; d_{20} 为在粒径级配累级曲线中占总土质量 20% 的最大颗粒的粒径, 单位以 cm 计。

根据刘杰的研究, 对沟后土样, 中国水利水电科学研究院给出了很好的拟合结果。根据施工档案得到现场核子密度计测定的坝体填筑料干容重的 613 个数据, 将干容重换算成孔隙率。同时还查到 45 条颗分曲线和 12 个垮坝后现场取样试验资料, 根据这 57 组数据, 获得沟后坝砂砾料孔隙率 n 和统计指标 d_{20} 的直方图, 见图 10.15 和图 10.16, 其统计特征值如表 10.17 所示。采用蒙特卡洛法, 可通过式(10.107)获得如图 10.17 所示渗透系数的直方图。拟合的结果渗透系数为对数正态分布, 均值和标准差分别为 $1.31 \times 10^{-2} \text{cm/s}$ 和 $3.39 \times 10^{-2} \text{cm/s}$ 。根据此直方图可绘出渗透系数小于某一值的概率图, 如图 10.18。从中可以发现渗透系数小于 $0.1 \times 10^{-2} \text{cm/s}$ 、 $0.5 \times 10^{-2} \text{cm/s}$ 和 $1 \times 10^{-2} \text{cm/s}$ 的概率分别为 15%、49% 和 65%。

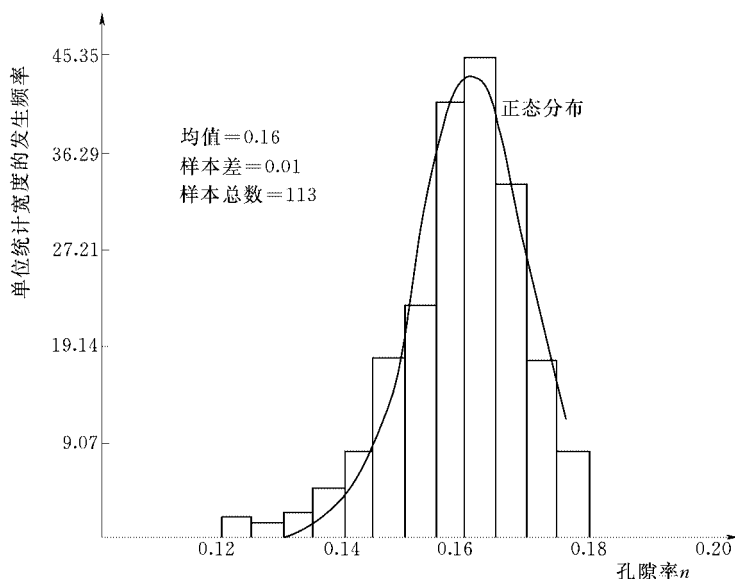


图 10.15 沟后坝砂砾料孔隙率的直方图

(2) 对砂砾石的内摩擦角的相关分析。和渗透系数取值一样, 有关坝料强度指标的样本是十分有限的。确定抗剪强度指标变异特征的一个有用的途径也是借助经验公式。对于粗颗粒土, 可以通过坝料的压实密度和颗粒级配进行间接判断。

最上武雄(1968)提出了确定无凝聚性土内摩擦角的经验公式为

$$\tan \phi' = \frac{m}{e} \quad (10.108)$$

式中: e 为孔隙比; m 为与土料的不均匀系数 η 有关的经验系数, 二者之间关系为

$$m = A - B \log \eta \tag{10.109}$$

中国水利水电科学研究院曾对沟后材料进行三轴试验，其成果如图 10.19 示。

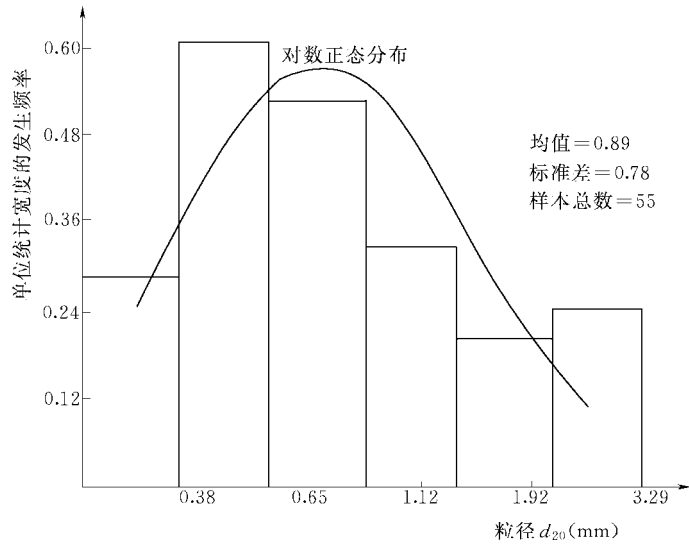


图 10.16 沟后坝砂砾料粒径的直方图

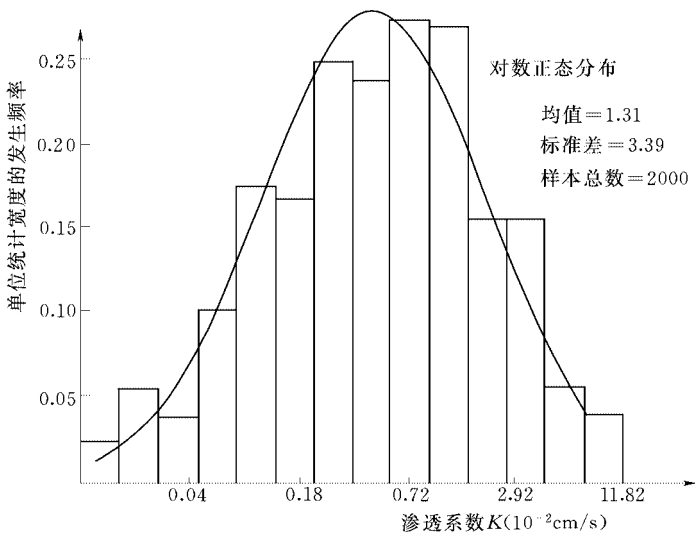


图 10.17 沟后坝砂砾料渗透系数的直方图

表 10.17 沟后大坝坝料主要物理性指标的统计成果

	概型	均值	标准差
孔隙率 n	正态	0.161	0.009
孔隙比 e	正态	0.191	0.012
有效粒径 $d_{20}(\text{mm})$	对数正态	0.89	0.70
不均匀系数 η	对数正态	74.22	47.19

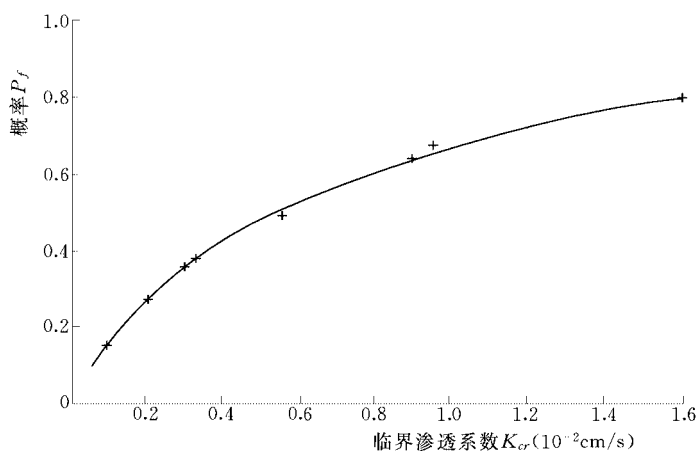


图 10.18 沟后坝砂砾料渗透系数小于某一值的概率

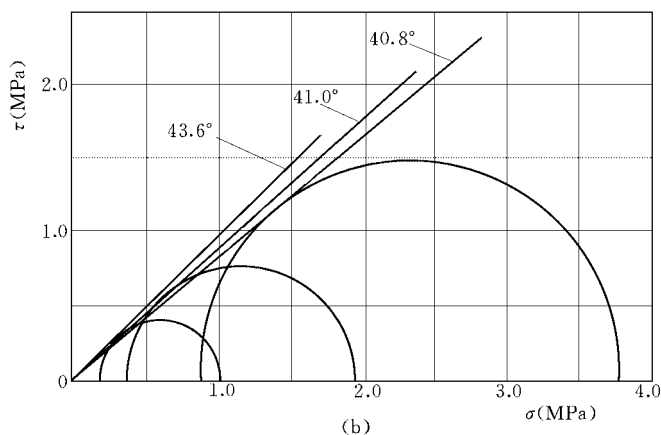
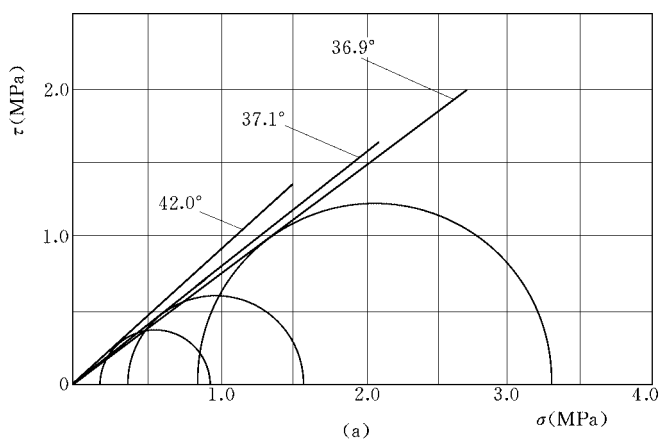


图 10.19 中国水利水电科学研究院对沟后坝砂砾料作三轴试验成果

(a) 上限级配; (b) 平均级配

分别对清华大学和中国水利水电科学研究院试验成果进行线性回归，得

$$m = 0.586 - 0.16 \log \eta \tag{10.110}$$

$$m = 0.357 - 0.10 \log \eta \tag{10.111}$$

表 10.18 和表 10.19 为回归的结果。

同样，对施工质检和垮坝后的颗分资料进行统计分析，获得坝料孔隙比 e 和不均匀系数 η 的特征值，见表 10.18 和表 10.19，统计结果如图 10.20 和图 10.21 所示。在确定强度参数时，使用表 10.17 提供的孔隙 e 和不均匀系数 η 的统计特征值，进行 10×2000 次蒙特卡洛模拟，可得 f 值概型为对数正态，如图 10.22。 $\tan \phi$ 的均值和标准差分别为 0.933 和 0.16，如果将其转换为等效正态分布，则分别为 0.933 和 0.12。

表 10.18 清华大学土工试验成果拟合参数 m

区号	孔隙比 e	不均匀系数 η	内摩擦角 ϕ'	摩擦系数 $\tan \phi'$	m
II	0.347	60	39.18	0.815	0.3048
III	0.374	74.5	37.07	0.7554	0.2825
IV	0.374	87.5	36.59	0.7423	0.2776

表 10.19 中国水利水电科学研究院土工试验成果拟合参数 m

级配	干密度(g/cm ³)	孔隙比	不均匀系数 η	内摩擦角 ϕ'	m
平均级配	2.23	0.206	120	41.0	0.219
上限级配	2.16	0.251	27.5	37.1	0.1557

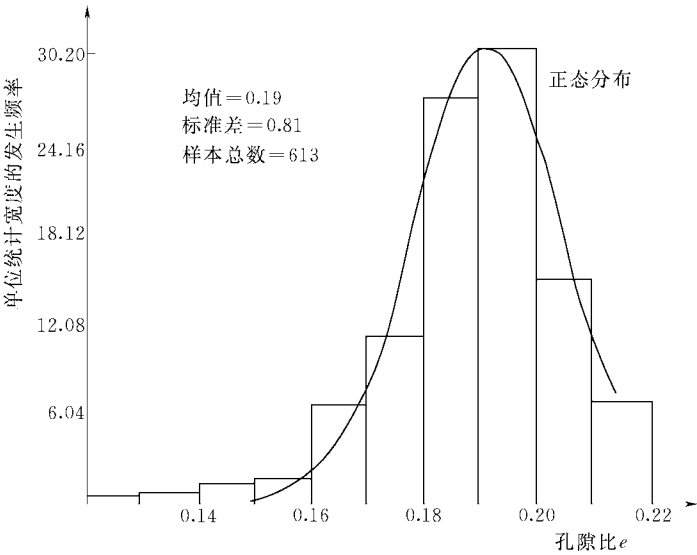
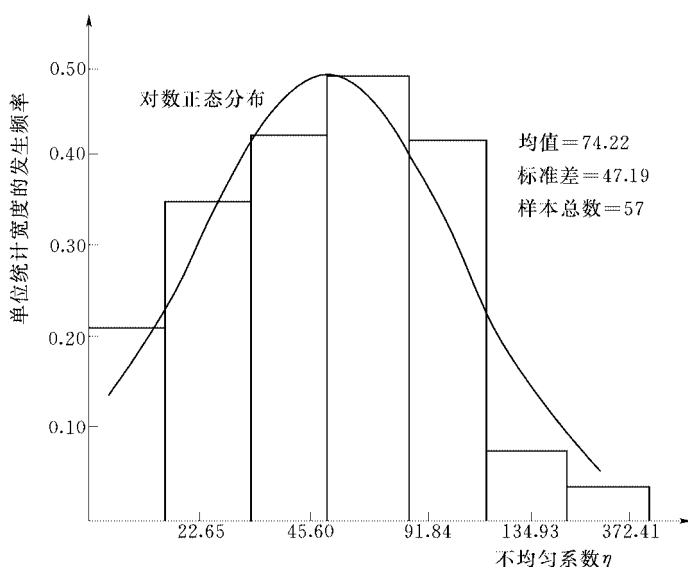
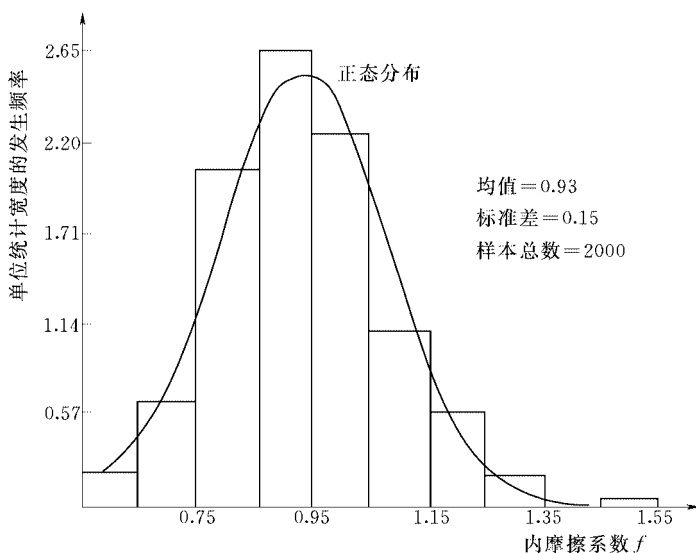


图 10.20 沟后坝砂砾料孔隙比 e 的直方图

图 10.21 沟后坝砂砾料不均匀系数 η 的直方图图 10.22 内摩擦系数 f 值分布直方图

10.6.3 关于概率密度函数截尾的讨论

近代可靠度分析的主要方法都是以参数为正态分布这一基础发展起来的。这意味着这些参数有可能是负值，这和相当一部分参数的物理含义不符。这一问题在岩土工程参数中有关粘聚力 c 的分析中表现尤为突出。 c 值的变异系数大于(30~40)%是经常可能发生的。这就导致 c 值存在较大的可能为负值。在实际应用可靠度理论分析边坡的风险时，计算所得的可靠度指标往往较低。这一偏低的数值一方面与 c 值固有的较大的变异特征有关；另一方面，也

和计算分析中隐含允许 c 为负值这一事实有关。边坡稳定安全系数 F 这一目标函数同样也有这一问题。 F 不仅不能为负值, 而且还要以 $F=1$ 而不是功能函数小于零来衡量结构的失效状态。为了解决这一问题, 吴世伟(1990)讨论了对呈正态的参数进行截尾的方法, 另外, 一个可能的方案是按对数正态来整理这些参数, 此时其取值在范围在 $(0, \infty)$ 之间, 同时 $F=1$ 与 $\ln F=0$ 相对应。衡量边坡失稳的标准和功能函数小于零的传统作法可以接轨。作者的经验表明, 粘聚力的标准差过大, 对其进行可靠度分析已失去意义, 不如干脆令 $c=0$ 。在大坝稳定复核中常有一种对材料作“纯摩”处理的方案即是一例。

在确定性模型的分析计算时, 输入的强度参数通常为“小值平均”(参见“土石坝设计规范”的规定)。按“ 3σ ”准则, “小值平均”可以理解为 $(\mu_c - \sigma_c)$, 其中 μ_c 和 σ_c 分别是 c 的均值和标准差。因此, 如果通过数理统计获得的 c 值的均值使 $(\mu_c - \sigma_c)$ 小于零时, 建议将 c 值取为零, 不再按随机变量处理。现讨论使用对数正态概率分布时的处理方式。

对于符合对数正态分布的参数 F , 令 y 符合正态分布, 并有

$$y = \ln F \quad (10.112)$$

或

$$F = e^y \quad (10.113)$$

则 F 可转化为标准正态分布函数。

F 和 y 的均值和标准差存在以下转化关系, 即

$$\sigma_y = \sqrt{\ln(1 + V_F^2)} \quad (10.114)$$

$$\mu_y = \ln \left[\frac{\mu_F}{\sqrt{1 + V_F^2}} \right] \quad (10.115)$$

式中: μ_y 和 σ_y 分别为 y 的均值和标准差。

根据以上两式得变异系数为

$$V_F = \frac{\sigma_F}{\mu_F} \quad (10.116)$$

由于 y 小于零和 F 小于 1 是等价的。因此, 可靠度指标 $\beta = \mu_y / \sigma_y$ 既反映了反映了 $y < 0$ 的概率, 也反映了 $F < 1$ 的概率。对于正态分布的变量 y , β 同样可以用 μ_F 和 σ_F 来表达。

对于对数正态分布的变量 F , β 为 (Duncan, 2000)

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\mu_F}{\sqrt{1 + V_F^2}}\right)}{\sqrt{\ln(1 + V_F^2)}} \quad (10.117)$$

根据这一认识, 表 10.6 和表 10.9 就可以产生对应的关系。例如, 相应 10.2.1 节的例题, 对于 $\mu_F = 1.50$, $V_F = 17\%$ 的情况。查阅表 10.9 可知 $F > 1$ 的概率为 99%, 这一数值可通过以下计算公式获得, 即

$$\sigma_y = \sqrt{\ln(1+0.17^2)} = 0.169 \quad (10.118)$$

$$\mu_y = \ln \frac{1.5}{\sqrt{1+0.17^2}} = 0.391 \quad (10.119)$$

$$\beta = \frac{0.391}{0.169} = 2.314 \quad (10.120)$$

查表 10.6, 可以获得 $y < 0$ 或 $F < 1$ 的概率为 99%。

10.7 工程实际应用实例

10.7.1 十三陵抽水蓄能电站上池面板坝

1. 问题的提出

十三陵抽水蓄能电站上池面板堆石坝位于北京西北部地区, 坝轴线位于山脊上, 因此坝址处地形变化较大, 坝轴线处坝高 57m, 下游坝脚处坝高 118m。坝体上游设计坡比为 1:1.5, 下游坡比为 1:1.75。根据设计要求, 新鲜的安山岩堆石料填筑在 480m 高程以下, 以便充分排水, 池盆开挖的劣质料填筑于下游区 480m 高程以上。图 10.23 给出了坝体 0+240 和 0+160 两个地质断面的剖面图。

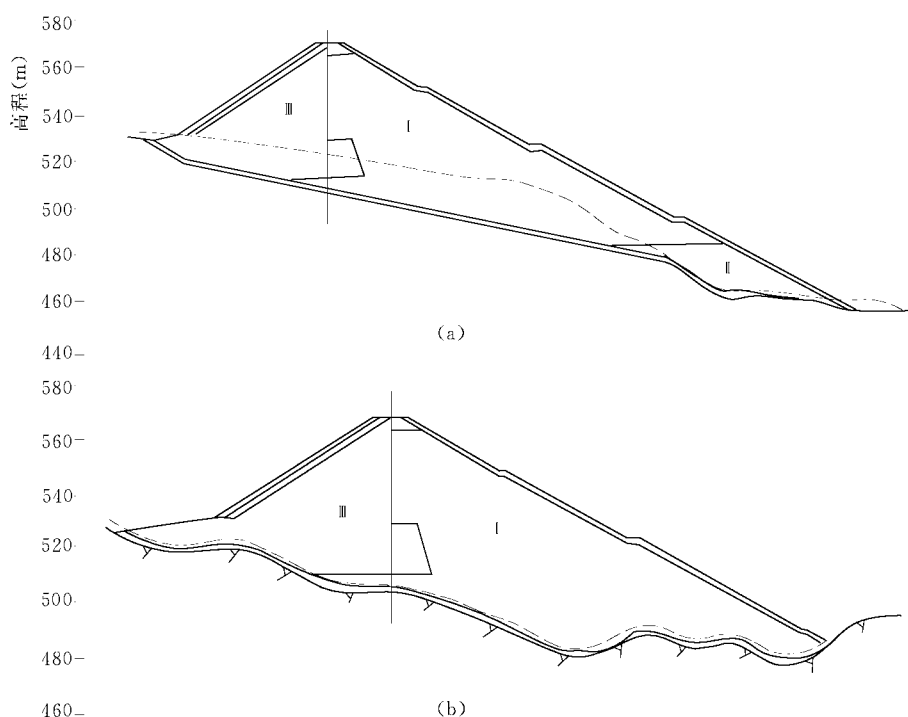


图 10.23 十三陵抽水蓄能电站大坝典型剖面图

根据初步设计,坝体的大部分填筑料将由开挖池盆获得。可是在池盆开挖后发现,池盆岩体风化程度较强,细粒含量偏高,能否应用池盆风化石作为坝体填筑料,成为工程技术人员关注的问题。因此,在常规确定性模拟基础上,又进行了可靠度分析。

2. 抗剪强度参数

首先汇总设计和施工阶段有关池盆风化石室内和现场的实验资料,其结果见表 10.20;然后采用矩法和线性回归两种方法来确定坝体填筑料的抗剪强度参数,其结果见表 10.21。在评估下游坝坡是否稳定的可靠度分析中,发现采用两种方法得出的粘聚力 c 的标准差都比较大。为此,按 10.3 节讨论意见,将粘聚力作为定量 $c=0$ 来处理,同时还以粘聚力 $c=10\text{kPa}$ 、摩擦系数 $f=\tan\phi$ 服从正态分布作为辅助方案进行可靠性分析,其均值和标准差分别为 0.85 和 0.15。由于本例题只涉及一个随机变量 f , 因此属于随机变量不相关的问题。

表 10.20 十三陵坝料抗剪强度参数汇总表

试验单位	试验编号	干密度 (g/cm^3)		非线性指标 三轴试验		线性指标			
		直剪	三轴	ϕ_s ($^\circ$)	$\Delta\phi_s$ ($^\circ$)	直剪试验		三轴试验	
						c_s (kPa)	ϕ_s ($^\circ$)	c_s (kPa)	$\Delta\phi_s$ ($^\circ$)
北京院 1989.9	TJ8	2.18	2.00	44.5	6.5	40.0	46.7	26.0	41.4
	TJ10	1.95	2.05			100.0	39.5	20.0	39.1
	TJ23	1.99				195.0	47.1		
	PD115	2.05	2.00	47.0	10.0	68.0	42.9	20.0	39.1
中国水 利水电 科学研 究院 1992.4	1a		2.07	45.6	6.8			60.0	39.2
	1b		2.00	38.4	0			50.0	38.4
北京院 1992.5	B1-1	2.04				325.0	41.0		
	C1-1	2.08	2.06	44.1	7.7	102.0	40.6	18.0	38.1
	C2-1	2.02				75.0	32.6		
	C2-2	2.06	2.12	41.7	6.11	90.0	38.7	17.2	35.8
	C2-4	2.03	2.07	48.0	12.2	119.6	38.0	40.3	36.2
	C2-3	2.06				250.0	39.6		
	二场	2.05	2.05	47.6	6.0	237.0	42.7	25.5	40.4
	IB	2.05	2.10	46.5	8.9	80.0	38.7	35.2	38.1
北京院 1992.10	I区料		2.08	48.8	16.2			34.4	34.0
中国水 利水电 科学研 究院 1993.8	I区料		2.09	43.7	6.0			55.0	36.0

表 10.21 两种方法获得的统计参数表

方法	试验	c (kPa)		$f=\tan\phi$		ρ
		μ	σ	μ	σ	
矩法	三轴	33.5	15.3	0.783	0.059	-0.17
	直剪	140	89.3	0.833	0.12	0.13
线性回归法	三轴	41.8	29.8	0.733	0.033	-0.907
	直剪	188.9	49.8	0.800	0.182	-0.913

3. 边坡稳定的可靠度分析

应用一次二阶矩法对坝体 0+160 和 0+240 两个地质断面进行可靠度分析计算, 其最小可靠度指标 β 分别为 4.10 和 3.76, 相应的失效概率分别为 3.0×10^{-5} 和 1.0×10^{-4} , 相对于 0+160 和 0+240 断面的临界滑裂面分别示于图 10.24(a)和图 10.24(b)。

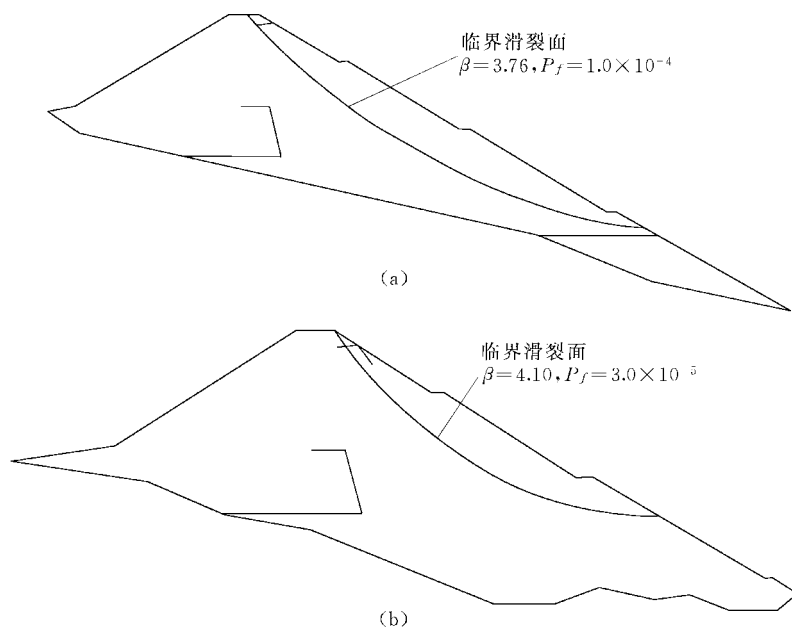


图 10.24 十三陵上池面板坝典型边坡可靠度分析成果

(a) 0+160 断面; (b) 0+240 断面

10.7.2 沟后水库砂砾石面板坝

1. 沟后水库大坝失事

1993 年 8 月 27 日, 位于青海省共和县的沟后水库大坝发生溃决, 造成死亡 288 人, 失踪 44 人, 直接经济损失达 1.53 亿元的重大灾难。图 10.25 为该坝一典型剖面图, 其最大坝高 71m, 坝顶高程 3281m, 总库容 330 万 m^3 , 正常高水位为 3278m, 防浪墙呈“L”形, 与面板之间仅设一道橡胶止水, 其底板高程为 3277.5m, 低于其正常库水位 3280m。

经多家科研单位和大学对溃坝失稳机理的深入探讨和研究 (李君纯, 陈祖煜, 1996), 总结出大坝失事的主要诱发因素是:

- 1) 砂砾石坝顶防浪墙与面板交接处的止水失效;
- 2) 使用振动碾洒水碾压砂砾石时, 坝体砂砾石产生严重分层致使水平的渗透系数远大于垂直的渗透系数;
- 3) 当库区水位超过防浪墙与面板交接处后, 水流入坝体, 由于砂砾石料颗粒偏细, 渗透系数较小, 导致坝体排水失效, 浸润线抬高。如果此时坝体的抗剪强度不足以使下游坝坡的抗滑稳定安全系数大于 1, 就有可能发生滑坡。

失事后见到的一个明显的事实是, 残留坝体全部饱和, 水从坝内流出, 持续一个多星期。

对于大坝溃决原因,大部分学者认为管涌和坝体下游滑坡是导致坝失稳的两个因素(刘杰, 1995; 陈祖煜, 赵毓芝, 1995)。不管以那一个原因为主,大坝失事都与高浸润线有关。

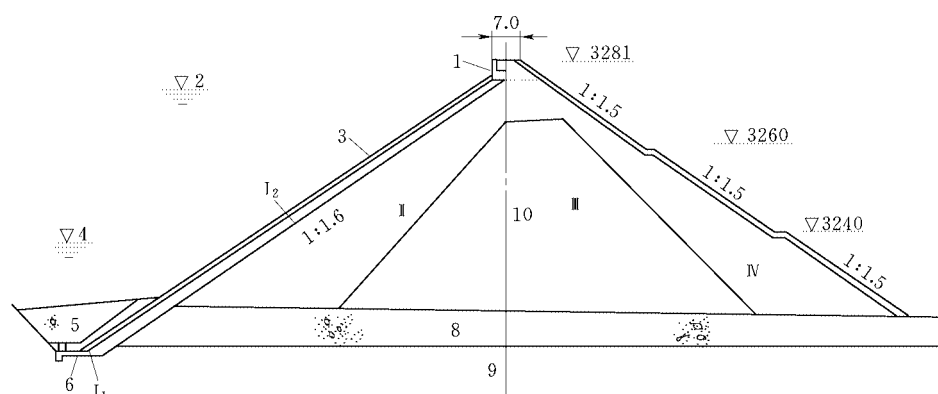


图 10.25 沟后水库大坝典型剖面图(单位: m)

1-防浪墙; 2-正常蓄水位; 3-钢筋混凝土面板; 4-死水位; 5-任意料; 6-粘土防渗墙;
7-干砌石护坡; 8-河床砂砾石; 9-花岗闪长岩; 10-坝轴线

2. 确定性模型分析

(1) 渗流分析。渗流分析是在一个重要的背景下进行的,即水库在此季节的入库流量只有 $0.6\text{m}^3/\text{s}$ 。也就是说,一旦渗入坝内的流量超过了 $0.6\text{m}^3/\text{s}$,水库水位就会下降,不再超过防浪墙与面板交接处,入渗现象会暂时停止。因此,如果坝体的渗透系数足够大,能够容纳 $0.6\text{m}^3/\text{s}$ 的入渗量就不会出现全部饱和这一现象的。渗流分析就是要定量地了解坝体的渗透系数小到何值,就无法容纳 $0.6\text{m}^3/\text{s}$ 这一渗透流量。

在入渗过程中,水从某几个部位集中渗入,渗流场的上游边界条件是比较难以确定的,在坝体全部被水充填后,就基本上可以用以下两种情况模拟:

- 1) 假定上游面板防渗全部失效,在上游坝坡面作用一个静水压力;
- 2) 假定上游坝面均匀地分布一个入渗流量。

如前所述,砂砾石坝料在填筑中有较严重的分离现象,因此,坝体渗透系数的各向异性是一个不可忽视的因素。分析计算采用坝体渗透系数 K 各向同性及各向异性两种情况。平均渗透系数可由下式确定为

$$K = \sqrt{K_x K_y} \quad (10.121)$$

式中: K 为平均渗透系数; K_x 为水平方向渗透系数; K_y 为垂直方向渗透系数。

在所有复核工况中,坝基材料渗透系数 K_1 均按各向同性处理,即 $K_{1x}=K_{1y}=0.668\text{cm/s}$ 。

下面着重介绍将上游面作为孔压边界条件这一工况的计算结果。其它计算内容可参见文献(陈祖煜, 赵毓芝, 1995)。本次计算根据坝身材料渗透系数的不同又分为四种情况:

(a) 坝身材料渗透系数 K_2 各向同性,即 $K_{2x}=K_{2y}=0.01\text{cm/s}$ 。

计算得到的浸润线逸出高程为 3236.57m , 见图 10.26 实线,单宽渗透流量 $q=4.24 \times 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$,大坝等效渗流宽度大致为 170m ,故总渗透量 $Q=0.72\text{m}^3/\text{s}$ 。

(b) 坝身材料 K_{2x} 增大 1 倍, K_{2y} 缩小 1 倍, 即 $K_{2x}=0.02\text{cm/s}$, $K_{2y}=0.005\text{cm/s}$ 。 $K_{2x}/K_{2y}=4$ 。此时坝身平均渗透系数 $K_2=0.01\text{cm/s}$, 保持原值。

计算得到的浸润线逸出高程为 3262.92m, 见图 10.26 虚线, 可见有明显抬高。较各向同性情况抬高 26.35m, 单宽渗透流量 $q=5.32\times 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$ 。

可见水平渗透系数加大, 垂直向渗透系数减小, 会使浸润线有显著的提高, 这对坝体稳定是不利的。

(c) 坝身材料 K_{2x} 、 K_{2y} 均较原设计值缩小 10 倍, 即 $K_{2x}=K_{2y}=0.001\text{cm/s}$ 。

计算得到的浸润线逸出高程为 3227.47m, 见图 10.27 实线, 单宽渗透流量 $q=2.72\times 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$, 按大坝宽主度 170m 计, 总渗透量 $Q=0.46\text{m}^3/\text{s}$, 较 $K_2=0.01\text{cm/s}$ 时, Q 减少了 $0.26\text{m}^3/\text{s}$ 。

(d) 坝身材料 K_{2x} 增大 1 倍, K_{2y} 缩小 1 倍, 即 $K_{2x}=0.002\text{cm/s}$, $K_{2y}=0.0005\text{cm/s}$ 。 $K_{2x}/K_{2y}=4$ 。此时坝身平均渗透系数 $K_2=0.001\text{cm/s}$, 保持原值, 其计算结果见图 10.27 虚线。

根据计算可知, 坝身材料渗透系数各向异性导致浸润线有显著的提高, 这是控制坝体稳定的一个重要因素。

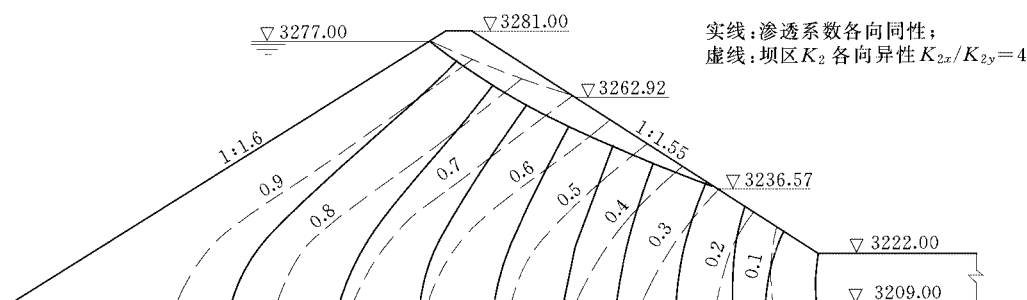


图 10.26 稳定渗流分析等势线图 (上游水位 3277m)

实线: $K_{2x}=K_{2y}=0.01\text{cm/s}$; 虚线: 坝区 K_2 各向异性 $K_{2x}/K_{2y}=4$

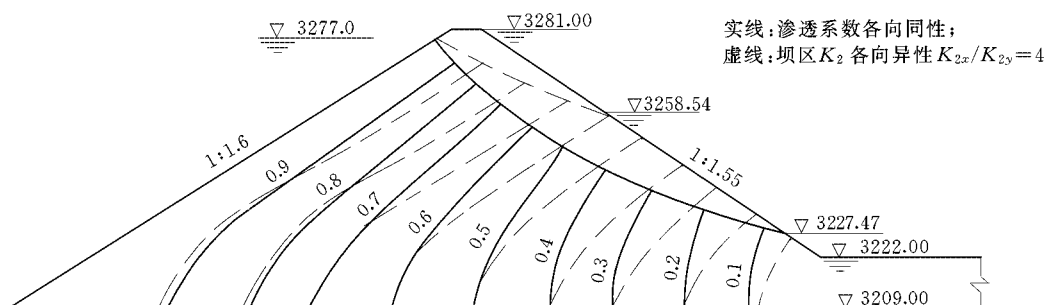


图 10.27 稳定渗流分析等势线图 (上游水位 3277m)

实线: $K_{2x}=K_{2y}=0.001\text{cm/s}$; 虚线: 坝区 K_2 各向异性 $K_{2x}/K_{2y}=4$

根据上述计算结果,可以绘制单宽渗流量 q 和导致坝体不能自由排水的临界渗透系数 K_{cr} 之间的关系曲线,如图 10.28 所示。 K_{cr} 的定义是导致单宽渗透流量达到 q 值时相应的渗透系数。如对于上述情况(a),在各向同性情况下,相应单宽渗透流量 $q=4.24\times 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$ 的 K_{cr} 为 0.01cm/s 。由于每一种工况均相应一个下游坝坡出逸高程,因而也可绘制单宽渗流量 q 和失去自由排水能力时的出逸高程之间的关系曲线。如图 10.29 所示。

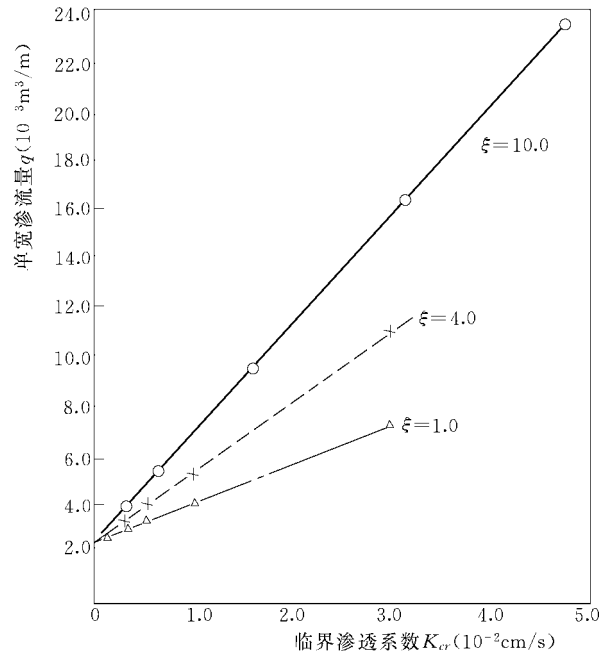


图 10.28 单宽渗流量 q 和临界渗透系数 K_{cr} 之间的关系曲线

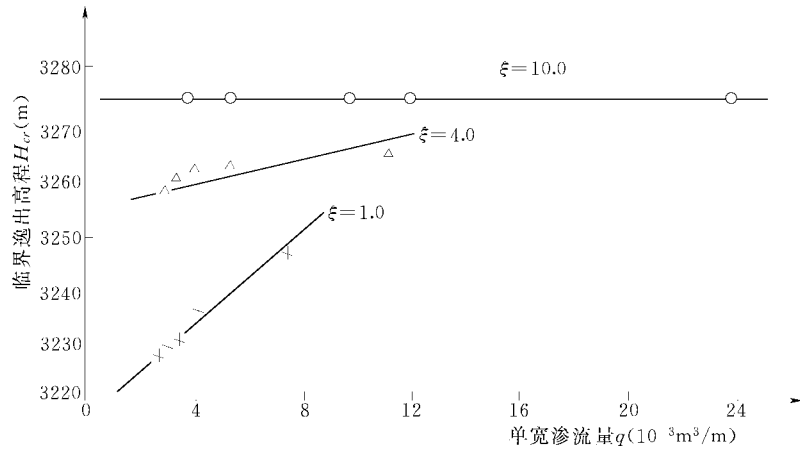


图 10.29 单宽渗流量 q 和逸出高程 H_{cr} 之间的关系曲线

(2) 坝坡稳定分析。对沟后坝的筑坝材料，中国水利水电科学研究院和清华大学分别进行了三轴排水试验，其试验成果见表 10.22。在本次分析计算中，选用 $c'=20\text{kPa}$ 、 $\phi'=39^\circ$ 。采用毕肖普简化方法，主要计算成果如图 10.30，主要结论如下：

情况 1：相应前述渗流情况(a)，按图 10.26 实线所示浸润线位置，安全系数为 1.132；

情况 2：相应前述渗流情况(b)，按图 10.26 虚线所示浸润线位置，安全系数为 0.817；

情况 3：相应前述渗流分析情况(c)，获得的安全系数为 0.773。

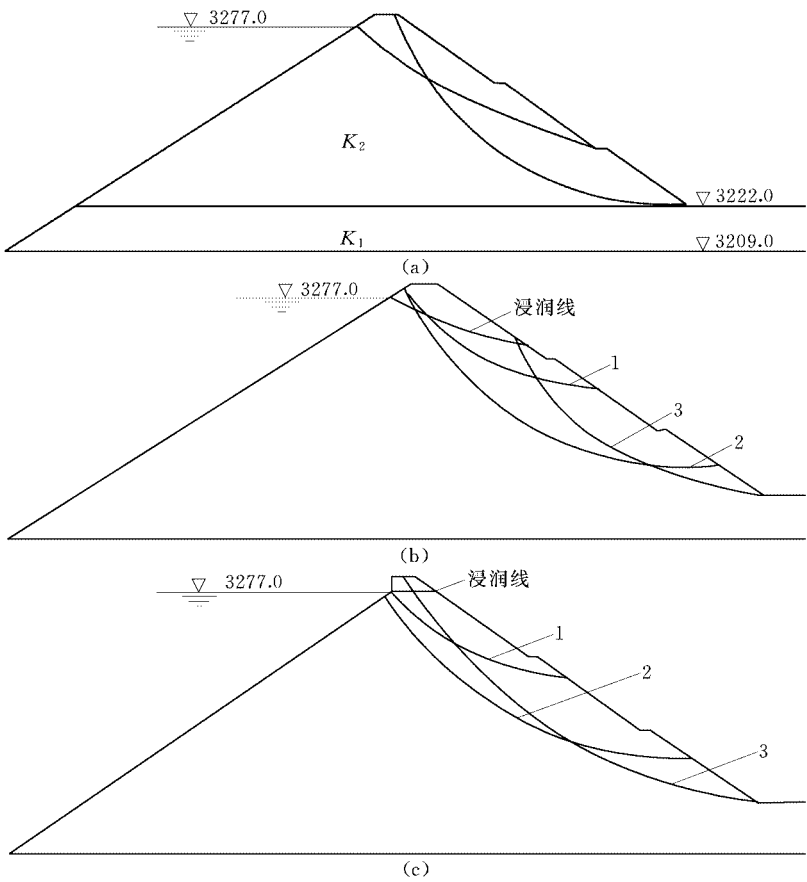


图 10.30 下游坝坡圆弧稳定分析成果

(a) 情况 1；(b) 情况 2；(c) 情况 3

表 10.22 沟后上坝砂砾料的抗剪强度参数

试验单位	土料	$c' (kPa)$	$\phi' (^\circ)$
清华大学	II 区	13.29	39.10
	III 区	10.47	37.07
	IV 区	5.09	36.59
中国水利水电科学研究院	平均级配	0	41.0°
	上限级配	0	37.1°

注 中国水利水电科学研究院的试验指标按 $c=0$ 时整理，相应 ϕ' 为 $\sigma_3=0.4\text{MPa}$ 时的有效内摩擦角。

根据上述确定性模型计算结果可得到以下结论:

(a) 稳定分析成果表明, 相应最高库水位 3277.00m, 当筑坝材料的平均渗透系数为 0.01cm/s 时 (坝基渗透系数为 0.0688cm/s), 坝体的最大渗透流量为 $0.7\text{m}^3/\text{s}$ 左右。当从坝顶伸缩缝和各个有缺陷部分入渗的流量接近和超过此值时, 坝体将失去自由排水能力, 在坝体内将形成浸润线。以前, 人们普遍认为, 当渗透系数达 0.01cm/s 数量级时, 则筑坝材料即认为中等或强透水。现在看来, 从坝体自由排水的要求看, 10^{-2} 的数量级仍嫌不足, 因为, 从已建的面板坝的实际运用情况看, 对于一个中等高度的面板坝 (坝高 40~70m), 漏水量超过 $0.5\sim 1.0\text{m}^3/\text{s}$, 入渗宽度 170m 这样的数量级是可能的。

(b) 筑坝材料在填筑时分离造成的各向异性特征对浸润线位置影响极大, 本文的算例 K_x 仅为 K_y 的 4 倍, 已使浸润线位置较各向同性的材料提高了 26m 之多。

(c) 从确定型分析可以看到, 当砂砾石面板坝的渗漏量达到某一临界值 Q_{cr} 后, 坝内形成浸润线, 如果此时坝体的抗剪强度不足以使下游坝坡的抗滑稳定安全系数超过 1, 就有可能发生滑坡。而 Q_{cr} 的数值则是直接与筑坝砂砾石的渗透系数有关。以沟后大坝为例, 如坝体渗透系数为 10^{-2}cm/s , 根据渗流计算, 可以大致确定 Q_{cr} 值约为 $0.7\text{m}^3/\text{s}$, 这和大坝失事时推算的实际入渗量 (约 $0.6\text{m}^3/\text{s}$) 接近。

(d) 如果考虑渗透系数各向异性的特点, 则下游坝坡稳定安全系数远小于 1。

3. 可靠度分析步骤

(1) 坝坡稳定可靠度分析的提法。对于沟后砂砾石面板坝, 在上游坝坡止水失效发生漏水时, 坝坡稳定可靠度分析的提法包括:

- 1) 事件 Q — 当坝体上游入渗单宽流量达到某一值 q 后, 下游坝坡失稳, 该事件发生的概率为 $P_f(Q)$;
- 2) 事件 A — 当大坝单宽入渗流量达到某一值 q 后, 坝体自由排水能力失效, 坝体内形成浸润线 (此时出逸高度为 H_{cr});
- 3) 事件 B — 下游坝坡失稳;
- 4) 事件 B/A — 在坝体内浸润线已形成的条件下发生坝坡失稳。

根据以上定义, 事件 Q 可定义为事件 A、B 同时发生, 即当大坝单宽入渗流量为 q 时大坝下游坝坡失稳。根据概率论原理有:

$$P_f(Q) = P_f(AB) = P_f(A) \cdot P_f(B/A) \quad (10.122)$$

因此, 需要用可靠度分析方法确定 $P_f(A)$ 和 $P_f(B/A)$ 的值。

(2) 求解坝体失去自由排水能力 (事件 A) 的概率 $P_f(A)$ 。通常, 发生在砂砾石坝体的渗流通常与入渗的单宽流量 q 、坝体材料的渗透系数以及变异性有关。当单宽入渗流量 q 时, 坝体失去自由排水能力, 形成浸润线的极限功能函数可表述为:

$$g(n, d_{20}, K_{cr}) = 234n^3 d_{20}^2 - K_{cr} \quad (10.123)$$

如前所述 (第 10.6.2 节), 对于沟后坝料, 渗透系数小于 0.001cm/s、0.005cm/s 和 0.01cm/s 的概率分别为 15%、49% 和 65%。

(3) 求解相应于某一浸润线出逸高程 H_{cr} 下游坝坡稳定的失效率 $P_f(B/A)$ 。在进行边坡稳定分析时, 需要确定强度指标的统计参数。在应用第 10.6.2 节介绍的确定强度指标的经验公式时, 还根据实际情况作了经验修正。在垮坝后, 残留坝体中出现了高 40~60m 不等的基本直立的边坡, 这一事实说明, 沟后料可能较试验值稍高。如果将一个高 32m、坡度 80° 的边坡进行反演分析, $\tan\phi'$ 取 0.933, 相应 c' 值为 80kPa。因此, 在进行坝坡稳定可靠度分析时, 最终选定的强度指标参数是: 粘聚力 $c'=20\text{kPa}$, 确定性指标; 摩擦系数 $f'=\tan\phi'$, 正态分布, $\mu_f=0.933$, $\sigma_f=0.12$ 。计算结果见图 10.31。

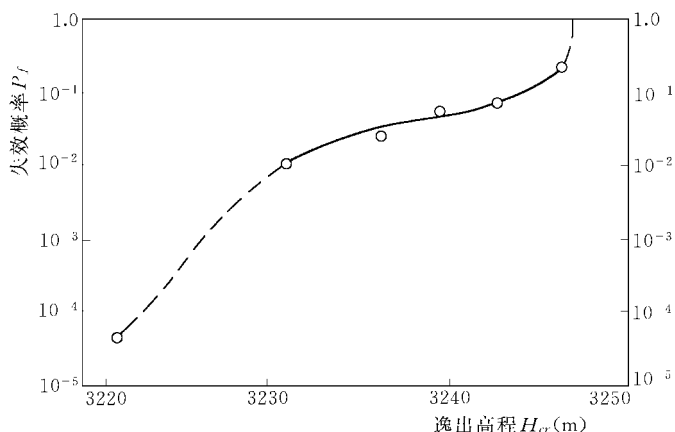


图 10.31 逸出高程 H_{cr} 和失效率 P_f 的关系

本例采用一次二阶矩法, 依次对浸润线出逸高程 H_{cr} 进行可靠度分析计算。计算结果见表 10.23, 相应临界滑裂面及最小可靠度指标见图 10.32。

表 10.23 相应不同浸润线出逸高程的最小可靠度指标

浸润线出逸高程(m)	相应图10.33的图号	β_m	$P_f(B/A)$
无浸润线	(a)	3.932	4.0×10^{-5}
3231.0	(b)	2.304	1.06×10^{-2}
3236.6	(c)	1.935	2.65×10^{-2}
3239.9	(d)	1.684	4.61×10^{-2}
3243.1	(e)	1.428	7.0×10^{-2}
3246.4	(f)	0.694	0.24

- (4) 求解下游坝坡的失效率。按下列步骤计算某一入渗流量 q 值的 $P_f(Q)$ 值。
- 1) 给出一入渗单宽流量 q 和沿水平方向和垂直方向的渗透系数的比值 K_{2x}/K_{2y} ;
 - 2) 相应该入渗单宽流量 q , 根据图 10.28 和图 10.29 计算临界渗透系数 K_{cr} 和逸出高程 H_{cr} ;
 - 3) 相应此 K_{cr} 值在图 10.18 中查得坝体失去自由排水能力的概率 $P_f(A)$;
 - 4) 根据相应 q 值的出逸高度 H_{cr} 值计算下游坝坡的最小可靠度指标 β_m 和相应的失效率 $P_f(B/A)$;

5) 按式(10.122)计算 $P_f(Q)$ 值。

表 10.24 汇总了相应于不同 q 值的失效概率值 $P_f(Q)$ 。从中可以得出: 在各向同性的情况下, 当入渗单宽流量为 $q=2.5\times10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$ 时, 坝坡尚保持原有干坡时的失效概率; 当入渗单宽流量 q 大于 $5.7\times10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$ 时, 失效概率 $P_f(Q)$ 急剧增至于 100%。

当 $\xi=4$ 和 $\xi=10$ 时, 在相同单宽入渗流量的前提下, 其失效概率较 $\xi=1$ 增大许多。

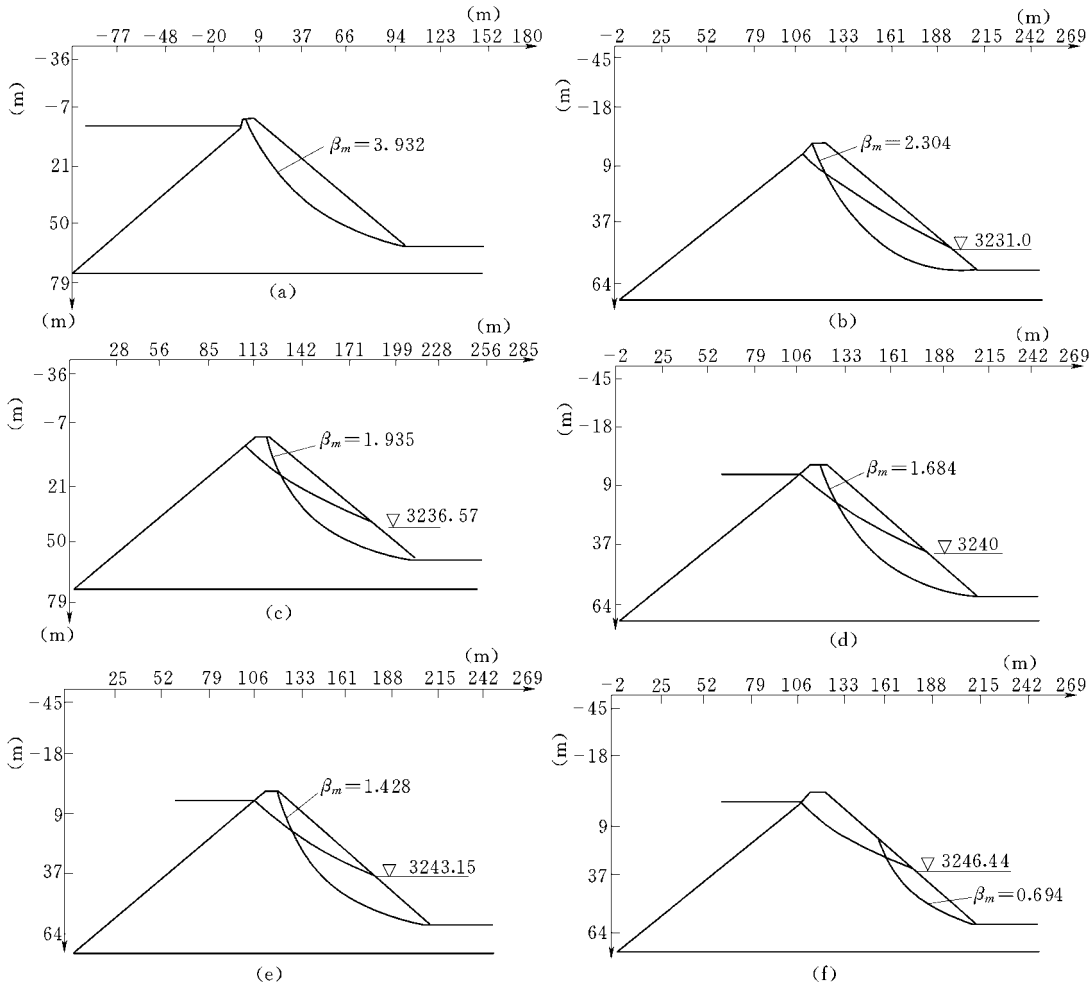


图 10.32 不同浸润线出逸高程的临界滑裂面及相应最小可靠度指标(相应表 10.23)

表 10.24 不同入渗单宽流量情况下的下游坝坡的失效概率 $P_f(Q)$

各向异性	入渗单宽流量 ($10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$)	出逸高程 (m)	临界渗透系数 K_{cr} (10^{-3}cm/s)	$P_f(A)$	$P_f(B/A)$	$P_f(Q)$
$K_{2x}/K_{2y}=1$	2.5	3228	8.0	0.17	0.003	0.00051
	4.0	3234	10.0	0.65	0.02	0.0013
	5.7	3247	20.0	0.99	0.99	0.99
$K_{2x}/K_{2y}=4$	2.5	3258	1.0	0.15	0.99	0.15
	4.0	3260	5.0	0.48	0.99	0.48
$K_{2x}/K_{2y}=10$	2.5	3275	2.0	0.28	0.99	0.28
	4.0	3275	3.0	0.36	0.99	0.36

10.8 讨论和结论

10.8.1 边坡的安全系数和失效风险

本章表 10.6 和式(10.27)在传统方法的安全系数和可靠度指标和失效风险之间架起了一座桥梁。显然,这是一个分析手段的重大进步。在工程设计中,一旦计算出了边坡的安全系数,如果同时也能合理地分析安全系数的变异系数。那么,就可以知道该边坡的失效概率。类似“安全系数从 1.20 增加到 1.25”这样论述是比较抽象的,而“风险从 10^{-2} 减少到 10^{-5} ”这样的结论所提供的信息却是明白无误。至少保险公司更为乐意接受后者。

在使用式(10.27)计算 β 值时,需要注意的一个问题是,通常按规范要求计算的安全系数并不是其均值,因此不能直接把它直接代到式(10.27)中计算可靠度指标。

大部分规范在规定安全系数的允许值时,同时也规定了计算安全系数所输入的强度指标的取值标准。在土石坝规范中规定了强度指标应取试验值的小值平均,在水利水电工程地质勘测规范中,也规定了取试验值分布曲线中 0.2 的分位数的强度为设计指标。这一强度指标的设计采用值也可大致取为强度指标的均值减一倍的标准差。

因此,按规范规定的方法计算获得的安全系数大致也应为其小值平均值,或者说,应为安全系数的均值减去它的一倍标准差。现在,不妨来作下面一个试算,以了解我国土石坝设计规范规定一级坝在正常运用工况下允许安全系数 F_a 为 1.5 意味多大的失效风险。

根据对大量上坝土料强度指标试验成果的统计分析,对一级坝将 c 和 f 的变异系数定为 0.1 是基本可行的(参见图 10.12),因此也可将一级坝安全系数的变异系数假定为 $V_F=0.1$ 。

如上所述,规范规定安全系数的允许值 F_a 为安全系数的小值平均,安全系数的均值可近似取为小值平均加一倍的标准差。故有

$$\mu_F = F_a + \sigma_F = F_a + V_F \mu_F$$

不难得到,在 $F_a=1.5$, $V_F=0.1$ 的情况下, $\mu_F=1.67$, 故有

$$\beta = \frac{\mu_F - 1}{\sigma_F} = \frac{1.67 - 1}{0.167} = 4.01$$

这一数值和表 10.7 所示我国“水利水电工程结构可靠度设计统一标准”对 I 级建筑物二类破坏规定的允许 β 值 4.2 是接近的。相应的失效概率为 3.1×10^{-5} 。“统一标准”还规定 I 级建筑物的设计基准年是 100 年。假定一级坝的寿命为 500 年,因此以年计的失效概率为 0.62×10^{-5} 。可以将这个数字和第 10.1.5 节所介绍的各种允许风险标准作一比较。

10.8.2 风险分析存在的问题和应用前景

在传统的确定性模型边坡稳定分析中,获得的是衡量安全度的一个指标,即安全系数 F 。在可靠度分析中,可以获得是两个指标,即安全系数的均值 μ_F 和标准差 σ_F ,据此获得边坡的可靠度指标和失效概率。可靠度分析从目标函数最可能数值和变异系数两个方面把握结构的安全度。对结构失效概率是通过研究每一个影响因素的变异特征获得的,其分析成果自然要比确定性模型更加合理。

但是,为了实现这一分析过程,工程师需要付出代价。在输入每一种材料的岩土力学的

指标时,也要输入两个值,即均值和标准差。从严格意义上讲还要加上概型这一项。岩土力学的一些特征指标,如 c 和 f ,其确定过程中本来就带有很多经验成分。在一些重大工程中,确定某一种材料的 c 和 f 的均值,对决策者来说已是不小的负担。要他们再为其决定相应的标准差,就更加勉为其难了。但是如果不能科学地确定如 c 和 f 的标准差,相应的可靠度计算难免会成为一种数学游戏。正是在确定参数统计特性方面的困难,使可靠度分析在边坡工程中的推广遇到了重大的障碍。

但是,从本章对 10.6 节介绍的方法和相应的工程应用情况中可以看出,如果恰当地应用风险分析的概念和方法,大量地采取诸如干容重、颗分这样一些基本特性试验成果,同时借鉴以往工程的经验,综合考虑“ 3σ ”法则,合理地确定参数的变异特性是可能的。通过可靠度分析,可以使工程设计建立在更为科学的论证基础上。如果说,可靠度分析方法成为一种成熟、实用的方法进入规范还有一段很长的路要走,那么,它作为安全系数方法的一种补充,定量地分析、判断工程设计中包含的不确定因素,是具有广泛的应用前景的。同时,在制定规范时,它也可以为合理地规定一些重要的系数提供科学的分析依据。

在推广可靠度分析中遇到的困难不应成为否定这一方法的理由,而应成为激励岩土工程师在实践中进一步完善这一方法的动力。

10.9 本章附录

10.9.1 进行Rosenbleuth法计算的源程序

1. 说明

本程序实现 10.5.3 节介绍的 Rosenbleuth 法符号编码方法。功能函数与程序 OBF()由用户自己提供。本节第 3 部分提供了三个测试题其目标函数分别为

$$y = 0.6x_1^3 + 0.05x_2^3 - 1.5x_3^3$$

$$y = x_1x_2 - x_3$$

$$y = 1 + 8x_1 - 3x_2$$

答案已在注释行中列出。

2. 源程序

```
SUBROUTINE ROTH(BET)
C  参照第 10 章中介绍的 Rosenbleuth 法编写的 FORTRAN 源程序, 编者: 闫继军, 陈祖煜
C  变量属性受隐性规则控制
C  KMAX: 随机变量的个数
C  IM: 符号矩阵中的总列数
C  IS(): 用来存放符号矩阵中第 I 列的符号值
      IM=2**KMAX
      A=FLOAT(IM)
C  给功能函数一、二阶矩  $E(g)$  和  $E(g^2)$  赋初值
      E1=0.
      E2=0.
      DO I=1,IM
C  计算符号矩阵中第 I 列的符号值(或 I-1 整形数的二进制表达式)
          CALL FLAG(IS,KMAX,I)
```

```

      P=1.0
      PK=1.      !Ceta
      IF(KMAX.EQ.2)PK=0.5      !Ceta
      DO K=1,KMAX
C      通过第 k 个随机变量的均值和标准差求可靠度分析中的随机变量值
          RPA(K)=RM1(K)+IS(K)*RD1(K)
          KI=K+1
          IF(KI.GT.KMAX)KI=1
          P=P+IS(K)*IS(KI)*R11(K,KI)*PK
      END DO
C      计算 Rosenbleuth 法中的  $P_{+...}$  值
      P=P/A
C      把随机变量转换为岩土材料的粘聚力、摩擦系数和孔隙水压力系数
      DO IQ=1,N
          DO IY=1,KMAX
              IF(MLA(IQ).NE.NSOIL(IY))CYCLE
              MJ=NPARA(IY)
              IF(MJ.EQ.1)C(IQ)=RPA(IY)
              IF(MJ.EQ.2)F(IQ)=RPA(IY)
              IF(MJ.EQ.3)RU(IQ)=RPA(IY)
              KKK=KKK+1
          ENDDO
      ENDDO
C      计算功能函数值
      CALL FS1(FOS)
C      功能函数一阶矩  $E(g)$ 
      E1=E1+FOS*P
C      功能函数二阶矩  $E(g^2)$ 
      E2=E2+FOS*FOS*P
      END DO
      E2=E2-E1*E1
C      可靠度指标  $\beta$ 
      BET=(E1-1)/SQRT(E2)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE FLAG(IS,N,II)
C      利用 FORTRAN 语言中提供的 BTEST(I,J)函数得到整数 I 第 J 字节是 0 或者 1,
C      我们约定 0 代表 “+”, 1 代表 “-”, 变量属性受隐性规则控制。
C      符号矩阵中第 II 列
      II=II-1
      J=0
      DO WHILE(J.LE.N-1)  N: 随机变量的个数
          IF(BTEST(I,JJ)THEN
              IS(N-J)=-1
          ELSE
              IS(N-J)=+1
          ENDIF
          J=J+1
      ENDDO
      RETURN
      END

```

3. 测试题

```

C
C      SUBROUTINE OBF OBTAINS THE VALUE OF PERFORMANCE FUNCTION F
C      WITH THE INPUT OF VARIABLES VAR ()

```

```
C      TO WRITE OBF FOR A PARTICULAR PROBLEM IS THE RESPONSIBILY OF
C      USERS. THE CODES CONTAINED IN THIS SUBROUTINE ARE ONLY FOR
C      THE PURPOSE OF VALIDATION AND DEMONSTRATION
C
C      THE CORRECT ANSWERS, WITH THE DATA FILE LISTED BELOW, ARE:
C      TEST PROBLEMS      E1      E2      BET
C      1      6871.375      1924.161      3.571
C      2      1005.      364.186      2.760
C      3      51.      11.764      4.335
C
C      SUBROUTINE OBF(VAR,F)
C      DIMENSION VAR(10)
C      TEST PROBELM 1--ROSEN-1.DAT
C      F=0.6*VAR(1)**3+0.05*VAR(2)**3-1.5*VAR(3)**3
C      TEST PROBLEM 2--ROSEN-2.DAT
C      F=VAR(1)*VAR(2)-VAR(3)
C      TEST PROBLEM 3--ROSEN-3.DAT
C      F=1+8*VAR(1)-3*VAR(2)
C      RETURN
C      END
```

10.9.2 本章数据文件（表10.25）

表 10.25 本 章 数 据 文 件

有关章节	系列号	数据文件名	内容
10.3.2	10-01-01	R1-MC.DAT	[例10.1] 均匀边坡例，采用Monte Carlo 法
10.4.4	10-02-01	R2-FOSM.DAT	[例10.2] 分层边坡例，采用一次二阶矩法
	10-02-02	R1-FOSM.DAT	[例10.3] [例10.1]，采用一次二阶矩法
10.4.5	10-03-01	R1-RS.DAT	[例10.4] [例10.1]，采用Rosenbleuth法
10.6	10-04-01	R2-GF.DAT	[例10.3] 一次二阶矩法
		R2-GR.DAT	[例10.4] Rosenbleuth法G
		R2-S.DAT	[例10.3] 单形法
10.7	10-05-01	S-160.dat	10.7.1节 十三陵面板堆石坝例，160剖面
	10-05-02	S-240.dat	10.7.1节 十三陵面板堆石坝例，240剖面
	10-06-01	G1.dat	10.7.2节 沟后面板堆石坝例
10.7	10-06-02	G2.dat	图10.32和表10.24
	10-06-03	G3.dat	
	10-06-04	G4.dat	
	10-06-05	G5.dat	
	10-06-06	G6.dat	

参考文献

- 1 Ang, A-H, A. and Tang, W. Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. 2, John Wiley and Sons, Inc., New York. 1984
- 2 Australian Geomechanics Society. Landslide risk management, concepts and guidelines. Australian Geomechanics. 2000. March, 35(1): 51-92.
- 3 Casagrande, A. Role of the ‘calculated risk’ in earthwork and foundation engineering. Journal of the Soil Mechanics Division, ASCE, 1965. 1(91):4

- 4 Chen, Z., and Morgenstern, N. Extensions to the generalised method of slices for stability analysis., Canadian Geotechnical Journal, , 1983. 20(1): 104-109
- 5 陈祖煜, 赵毓芝. 水库坝坡稳定性研究 (一) 确定性模型, 沟后水库砂砾石面板坝—设计、施工、运行和失事, 北京: 中国水利电力出版社. 1996. 55-60
- 6 陈祖煜, 赵毓芝. 水库坝坡稳定性研究 (二) 确定性模型, 沟后水库砂砾石面板坝—设计、施工、运行和失事. 北京: 中国水利电力出版社. 1996. 61-76
- 7 陈祖煜, 张广文, 关于“土坡稳定可靠度分析”一文的讨论. 岩土工程学报. 1995. 6:126-128
- 8 陈祖煜, 陈立宏, 对重力坝设计规范中双斜面抗滑稳定分析公式的讨论意见, 水力发电学报, 2002, 2: 101-108
- 9 Christian, J.J., Ladd, C.C., and Baecher, G.B. Reliability and probability in stability analysis, in stability and Performance of Slopes and Embankments II. ASCE Geotechnical Special Publications, 1992. Vol. 12, 1071-1111
- 10 Chowdhury, R. N., Recent developments in landslide studies: probabilistic methods, state-of-the-art report. 4th International Symposium on Landslides, Toronto. 1984. Vol. 1. 209-228.
- 11 Donald, I. B. and Giam, S. K. Soil slope stability program review, ACADS, Association Computer Aided Design. N0. U255. 1989. April.
- 12 Duncan, J. M. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000. 126 (4): 307-316.
- 13 Fell, R. Some landslide risk zoning schemes in use in easter, Australia and their application. Sixth Australian New Zealand Conference on Geomechanics, Christchurch, 1992. 505-512
- 14 Fell, R. Landslide risk assessment and acceptable risk. Austrlian-China Landslide Seminar, 1993. 3-18 July, 1-42
- 15 Fell, R., Mostyn, G.R., Maguire, P., and O'Keeffe, L. Assessmwnt of the probability of rain induced landsliding. Proc. Fifth Australia-New Zeland Conference on Geomechanics. 1988. 73-77
- 16 国家防汛抗旱总指挥部、水利部科学技术司, 沟后水库砂砾石面板坝—设计、施工、运行和失事, 中国水利电力出版社. 1996
- 17 Hassan, A. and Wolff, T. Search algorithm for minimum reliability index of earth slopes. ASCE Journal of Geotechnical and Environmental Engineering. 1999, 125:301-308
- 18 Ho, K., Leroi, E. & Roberds, B. 2000. Quantitative risk assessment: Invited Lecture: Application, myths and future direction. GeoEng'2000
- 19 Kreuzer, H. General Report. The use of risk analysis to support dam safety decision and managermant. Symposium of International Congress on Large Dams. 2000. Q76: 769-896
- 20 Lumb.P. The variability of natural soils. Canadian Geotechnical Journal, 1966. 30(2): 74-97
- 21 Lumb.P. Safety factors and the probability distribution of soil strength. Canadian Geotechnical Journal, 1970. 7(3): 225-242
- 22 Li, K. S. and Lumb, P., Probabilistic design of slopes, Canadian Geotechnical Journal, 1987. Vol. 24, 520-535
- 23 Li, K. S., Some common mistakes in probabilistic analysis of slopes, Proceedings, 6th International Symposium on Landslides, Christchurch.1992. 475-480
- 24 Lowe, B. K. Gilbert, R. B. And Wright, S. G. Slope reliability analysis using generalized method of slices. ASCE. J. Geotechnical and Environmental Engineering 1998. 124:4, 351-363
- 25 李君纯, 陈祖煜. 沟后面板砂砾坝破坏机理及溃决过程研究、沟后水库砂砾石面板坝的失稳机理分析、研究总报告, 南京水利科学研究院、中国水利水电科学研究院. 1996
- 26 刘杰, 缪良娟, 1995, 大坝砂砾料的渗透和渗透稳定性的试验研究, 沟后水库砂砾石面板坝—设计、施工、运行和失事, 18-25. 北京: 中国水利电力出版社. 1996
- 27 Moon, A.T., Olds, R.J., Wilson, R.A., and Burman, B.C. 1992. Debris from flow risk zoning at Montrose, Victoria. Proc. 6th Int. Symp. On Landslides, Vol. 2. 1015-1022
- 28 Morgan, G.C., Rawlings, G.E., and Sobkowicz, J.C. 1992. Evaluating total risk to communities from large debris flows, in Geotechnique and Natural Hazards, BiTech Publishers. 225-236

- 29 Morgenstern, N.R. 1995. Managing risk in geotechnical engineering. The 3rd Casagrande lecture. Proc. 10th Pan American Conference on soil mechanics and Foundation Engineering. Vol. 4, 102-126
- 30 National Research Council, 1995. Probabilistic methods in geotechnical engineering, Committee on reliability methods for risk mitigation in geotechnical geotechnical board and board on energy and environmental systems commission on engineering and technical systems
- 31 Reid, S.G. Risk assessment. Research Report, No. RJ91, School of civil and Mining Engineering, University of Sydney. 1989
- 32 Rosenbleuth, E., Point estimate for probability moments, Proc. NATN Acad. Sci. U. S. A. 1975. 72(10): 3812-3814
- 33 Stewart, R.A. Dam risk management. Proc. An International Conference on Geotechnical & Geological Engineering, 19-24 November, Melbourne, Australia. 2000
- 34 Tabb, M. M., Deterministic versus risk analysis of slope stability. 4th International Symposium on Landslides, Toronto, 1984. Vol.2. 491-498
- 35 Whitman, R.V. Evaluating calculated risk in Geotechnical engineering. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1984. 110(2): 145-188
- 36 吴世伟. 结构可靠度分析. 人民交通出版社. 1990
- 37 中国人民共和国标准. GB50199-94, 水利水电工程结构可靠度设计统一标准. 1994年11月
- 38 中华人民共和国电力行业标准. 混凝土重力坝设计规范. 北京: 中国电力出版社. 2000
- 39 最上武雄, 砾の内部摩擦角と常数 K について. 土と基础. 16卷. 11号